Crecimiento exógeno de difusión endógena

Hervé Daudin

Resumen: Este artículo aborda el problema de la difusión tecnológica en una economía en la que los agentes interactúan localmente. Éstos se sitúan en una red de dos dimensiones, como en el modelo Ising, bien conocido en física. Se proponen dos niveles diferentes de productividad, y la probabilidad de que cada agente elija entre ellos depende de la elección de su vecino y del nivel del gasto gubernamental. El equilibrio subraya un valor crítico de las condiciones iniciales. Cuando el nivel inicial del producto es "bajo", el país es demasiado pobre para crear complementaridades estratégicas suficientes entre los agentes. Así, crece localmente. Cuando el nivel del producto es "alto", el país puede encontrar una manera de adoptar por completo la nueva tecnología. Así, crece colectivamente.

Abstract: This paper deals with the problem of technological diffusion in an economy where agents interact locally. They are situated on a two dimension network, as in the "Ising Model" well known in Physics. Two different levels of productivity are proposed and every agent's probability to choose one of them depends on his neighbours' choice and on the level of government's expenditures. The equilibrium underscores a critical value of initial conditions. When the initial level of the output is "low", the country is too poor to create sufficient strategie complementarities between agents. So it grows locally. When the level of output is "high", the country can find the way of entirely adopting the new technology. So it grows collectively.

La teoría del crecimiento endógeno ha generado una abundante literatura desde 1986. El presente artículo corresponde a la tradición según la cual el comportamiento económico de una empresa sufre los efectos de factores externos y ello afecta de manera global al

Hervé Daudin es investigador del Centro de Estudios Mexicanos Centro-Americanos (CEMCA), Embajada de Francia en México. DELTA: École Normale Supérieure, París. Traducción del francés de Mario Zamudio Vega, revisada por el autor. Agradezco a Raúl Feliz y a un comentarista anónimo sus juiciosos consejos.

crecimiento de un país, procedimiento que permite considerar como endógeno el proceso del progreso técnico. Después del artículo fundamental de Romer, ha habido muchos avances: para empezar, el autor supone que una innovación se convierte inmediatamente en un bien público, pero una serie de artículos surgidos de la organización industrial ha puesto en duda esa simplificación con el argumento de la existencia de los monopolios, que frenan esa difusión. Al principio, el autor no hace intervenir en su modelo de manera igualmente explícita el capital humano, pero, después de Lucas (1988), los analistas se interesaron en la manera como ese capital se acumulaba (también hubo la literatura sobre el "aprender haciendo"). Por último, los estudios se centraron en la localización de los factores externos en el espacio propiamente dicho (en lo que se coincide con las preocupaciones de la economía urbana o de la economía geográfica: ciertos polos dinámicos son atrayentes, pues ofrecen más factores externos) o en un espacio más abstracto: el espacio-producto; y éste es, sobre todo, el punto de vista que adoptaremos. En su formulación sintética, Romer supone en efecto que una empresa situada en Puebla, por ejemplo, se beneficia de los factores externos tanto de la ciudad de México como de Monterrey. No hay ninguna diferenciación espacial en las interacciones; cada entidad está por completo conectada con las otras; y tampoco hay heterogeneidad: las empresas son idénticas, todas igualmente productivas.

En este artículo, por el contrario, supondremos que las interacciones son locales, al tiempo que mantenemos la idea de que la cantidad de capital global del país influye en esas interacciones. Puebla se beneficia más de los factores externos de la ciudad de México que de los del resto del país, pero la naturaleza de las interacciones (fuertes o débiles) depende de la cantidad promedio global del capital mexicano: la infraestructura, los centros de investigación y las universidades dependen de la cantidad de capital nacional o regional. Me parece que este modelo es más realista: reserva la localización de los factores externos y la pertenencia a un cuerpo geopolítico unificado (región o estado); porque, ¿cómo delimitar un espacio geográfico de estudio, si se considera que todo está conectado con todo? Nunca sería posible establecer rigurosamente resultados teóricos pertinentes en el ámbito de todo el país, ni siquiera en el ámbito de los estados del país, sino en el ámbito de los polos dinámicos y muy interconectados de un estado. ¿Cómo establecer resultados de crecimiento endógeno en el caso de países en vías de desarrollo, con una infraestructura débil y medios

de comunicación perfectibles cuando, en principio, el modelo supone una interconexión perfecta de todos los agentes de esos países? Así, de manera intuitiva, parece que hay cuando menos dos categorías de estados (resultado que se obtiene teóricamente): aquellos en los que hay un fenómeno cooperativo, colectivo, que la idea inicial de Romer explica muy bien, y aquellos en los que el crecimiento es local, esto es, en los que las interacciones de los agentes son demasiado débiles como para que cada uno de ellos pueda beneficiarse del dinamismo del otro.

En el modelo que se presenta en este artículo, el interés principal es un ciclo de tecnología y su relación con el crecimiento. Una tecnología nueva se presenta de manera totalmente exógena (se puede suponer, por ejemplo, que proviene de un país exterior "líder") y puede ser adoptada por agentes que interactúan localmente en un país "seguidor". Las probabilidades que tiene una empresa de elegir esa tecnología se relacionan positivamente con el grado de productividad de sus vecinos, y esas probabilidades aumentan con la cantidad media de capital del país. De esa manera, se genera endógenamente la evolución temporal de la proporción de empresas que adoptan esa tecnología y, por tanto, el grado de productividad y de capital del país. Lo interesante de este artículo es que pone de manifiesto un fenómeno crítico según el cual, por condiciones iniciales bastante semejantes, se puede obtener un grado de producción muy diferente. De lo anterior se distinguen dos grupos: el primero está constituido por estados que obtienen un grado de producción alto, adoptando casi totalmente la tecnología "líder" (gracias a un fenómeno cooperativo) y, el segundo, por estados que se mantienen en un grado de producción más bajo (a falta de una transición colectiva). Las condiciones iniciales críticas de diferenciación entre países dependen del porcentaje del PIB destinado a las interacciones. Según el enfoque de Abramovitz (1986), se puede considerar que ese porcentaje es la "capacidad social" de un país y que la falta de dicha capacidad impide asimilar enteramente una nueva tecnología.[1]

Para construir un modelo de las interacciones locales, me valdré del modelo de dos dimensiones de Ising, el cual fue tomado de las matemáticas (o de la física) para aplicarlo a la economía, principalmente por Föllmer (1974) y recientemente por Durlauf (1989). El mo-

[1] "Los países tecnológicamente atrasados poseen una potencialidad para generar el crecimiento con mayor rapidez que los países más avanzados, siempre que su capacidad social esté lo suficientemente desarrollada como para permitir una explotación exitosa de tecnologías ya empleadas por los líderes tecnológicos", Moses Abramovitz, 1986 (*JEH*).

delo, cuyas hipótesis son muy simples, plantea, no obstante, una gran complejidad de resolución, y sólo se cuenta con las soluciones exactas para un caso en particular. Puesto que mi propósito no consiste en copiar en páginas y más páginas un cálculo ya clásico después de Yang (1952), ni en hacer economía matemática, adoptaré la solución exacta. El artículo se compone como sigue: en la primera sección se presenta el modelo básico, en el que se considera que el Estado tiene una política constante; en la segunda sección se estudia su influencia, y en el Anexo se hace una generalización del modelo.

Presentación del modelo

En el modelo se incluye una infinidad enumerable de empresas agente situadas en una red cuadrada, marcada por los índices (i, j) donde $i \in Z$ y $j \in Z$. Este espacio de dos dimensiones representa, por supuesto, un espacio geográfico (pero, en una interpretación más amplia del modelo, se puede considerar que se trata de un espacio-producto). Cada empresa agente (i, j) posee una función de producción Cobb-Douglas. Denominaré $K_t^{(i,j)}$ al capital antes de impuestos del agente privado al inicio del periodo t. Durante ese periodo, una parte del capital, $\tau K_t^{(i,j)}$ es retenida por el Estado y permitirá crear la infraestructura que favorece los factores externos. La parte restante $(1-\tau)\, K_t^{(i,j)}$ se destina a una actividad productiva privada que permite obtener $Y_t^{(i,j)}$. Durante el periodo t, el agente (i, j) consume $C_t^{(i,j)}$. Retomo también el modelo de Brock Mirman, en el que, por simplificación, el capital invertido en infraestructura o en una actividad productiva se regenera en cada periodo. De acuerdo con nuestra convención, tenemos entonces:

$$Y_t^{(i,j)} = A\, ((1-\tau)\, K_t^{(i,j)})^{\alpha}\, \Lambda_t^{(i,j)}.$$

$\Lambda_t^{(i,j)}$ es la productividad y A es una constante común a los agentes y a las características del país.

Cada empresa agente maximiza una misma función de utilidad intertemporal:

$$U_t^{(i,j)} = \sum_{u=0}^{\infty} \beta^t \ln C_{t+u}^{(i,j)}\,.$$

$\beta\ (< 1)$ es una constante del país. Cada agente tiene una restricción presupuestaria tal que:

$$K_{t+1}^{(i,j)} = A\, ((1-\tau)\, K_t^{(i,j)})^{\alpha}\, \Lambda_t^{(i,j)} - C_t^{(i,j)}.$$

Las ecuaciones de Bellman llevan de manera simple a la siguiente evolución del capital:

$$\ln K_{t+1}^{(i,j)} = \ln A + \ln \alpha\beta + \alpha \ln (1-\tau) + \alpha \ln K_t^{(i,j)} + \ln \Lambda_t^{(i,j)}.$$

Por simplificación, para continuar con el modelo, escribo en minúsculas el logaritmo de los valores, en mayúsculas y entre <> los valores medios, y planteo $a_\tau = \ln A + \ln \alpha\beta + \alpha \ln (1-\tau)$.

Por tanto, escribiré:

$$k_{t+1}^{(i,j)} = a_\tau + \alpha\, k_t^{(i,j)} + \lambda_t^{(i,j)}. \qquad (1)$$

Al inicio del ciclo se presenta de manera exógena una nueva tecnología que permite proponer el paso de la antigua productividad $\lambda = 0$ a la nueva productividad $\lambda = \mu$. Cada agente tiene, por tanto, dos productividades posibles. La que adoptará será una función de la productividad elegida por sus vecinos. Si su medio ambiente es productivo, también él lo será; si es poco productivo, también él lo será. Se mantiene así, en el plano local, la idea de complementariedad estratégica (Fudenberg y Tirole, 1991).

Se supone que cada agente está influido por sus cuatro vecinos más próximos (si interactúa con un número finito de agentes vecinos, los resultados no se modifican cualitativamente):

$$\begin{array}{ccc} & (i, j+1) & \\ (i-1, j) & (i, j) & (i+1, j) \\ & (i, j-1). & \end{array}$$

Si los cuatro vecinos más próximos tienen productividades (μ, μ, μ, μ):

$\lambda = \mu$ con probabilidad π

$\lambda = 0$ con probabilidad $1 - \pi$.

Si los cuatro vecinos más próximos tienen productividades (μ, μ, μ, 0):

$\lambda = \mu$ con probabilidad ω

$\lambda = 0$ con probabilidad $1 - \omega$.

Si los cuatro vecinos más próximos tienen productividades (μ, μ, 0, 0):

$\lambda = \mu$ con probabilidad ½

$\lambda = 0$ con probabilidad ½.

Si los cuatro vecinos más próximos tienen productividades (μ, 0, 0, 0):

$\lambda = \mu$ con probabilidad $1 - \omega$

$\lambda = 0$ con probabilidad ω.

Si los cuatro vecinos más próximos tienen productividades (0, 0, 0, 0):

$\lambda = \mu$ con probabilidad $1 - \pi$

$\lambda = 0$ con probabilidad π.

Entonces, teniendo en cuenta las influencias positivas, $\pi > \omega > ½$. Y, cuanto más próximos estén π y ω a 1, tanto más fuertes serán las interacciones, mientras que, cuanto más se acerquen π y ω a ½, más débiles serán las interacciones de los agentes. Para reducir el modelo al de Ising-Glauber-Ligget, adoptaremos una distribución de probabilidades particular:[2]

$$\pi(\zeta) = \zeta^2/(1 + \zeta^2)$$

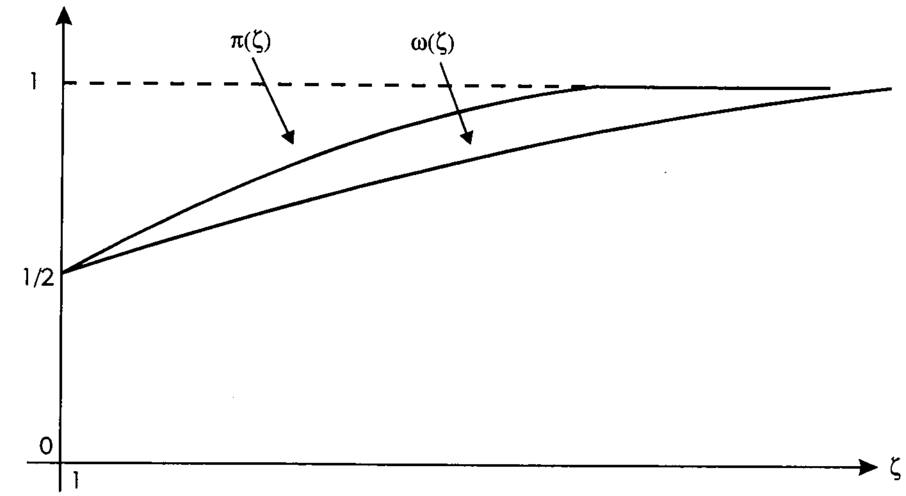
$$\omega(\zeta) = \zeta/(1 + \zeta)$$

$$\text{y } \zeta \geq 1$$

Kelly (1989) utiliza brevemente este caso particular de distribución como ejemplo, pero con una función de producción lineal y sin considerar que las interacciones sean endógenas.

[2] Se podría demostrar que esa distribución constituye el caso particular de una clase de distribuciones que presentan los mismos resultados cualitativos, pero no proporcionan una solución analítica.

Gráfica 1



Puesto que π (ζ) y ω (ζ) son funciones crecientes de ζ y tienden a la unidad cuando ζ tiende a infinito, el parámetro ζ (≥ 1) es una excelente unidad de medida de la intensidad de los factores externos entre los agentes. Cuando $\zeta = 1$, las empresas agente actúan de manera completamente independiente unas de otras; cuando $\zeta = \infty$, son totalmente dependientes.

Para hacer que ζ sea endógena, supondremos que ζ depende del impuesto retenido por el Estado sobre el capital, impuesto que le permite construir carreteras, crear universidades, redes de telecomunicaciones, etc. ζ depende entonces de la media $<k_t>$[3] del capital $k_t^{(i,j)}$ de las empresas agente mediante la imposición de τ.[4] De esa manera se

[3] Recuérdese que:

$$<k_t> = \lim_{n \to \infty} \quad 1/4n^2 \sum_{i=-n}^{n} \sum_{j=-n}^{n} \log K_t^{(i,j)} .$$

[4] Este punto es el más delicado del artículo. En el modelo, ζ debe depender de los ingresos fiscales y, por ende, necesariamente, de la media del capital per cápita afectado del coeficiente de imposición. Ahora bien, hacemos uso del modelo de Lucas para obtener una ecuación diferencial de primer orden, pero ese modelo nos remite sin cesar al logaritmo de los valores reales; entonces hay que promediar logaritmos, así que nos veremos precisados a considerar que ζ depende de la media del logaritmo de las sumas percibidas. Sabemos que el exponencial de la media del logaritmo no es la media en sí. Puesto que la media aritmética es siempre superior

crea el modelo de la idea presentada en la introducción, modelo en el que las empresas agente interactúan localmente y la intensidad de sus interacciones depende del conjunto del sistema. ζ depende también del tiempo, a causa de que el capital evoluciona. Se supone también que ζ depende de la cantidad μ (no obstante ello no tendrá importancia durante las dos primeras partes del artículo), pues cada nueva tecnología engendra una red de conexión diferente (con la invención del automóvil, fue necesario construir carreteras, con la del avión, aeropuertos, etcétera):

$$\zeta = \varphi_{\tau\mu} (\langle k_t \rangle).$$

Supondremos que $\varphi' > 0$, $\varphi(-\infty) = 1$ y $\varphi(\infty) = \infty$, asimismo, que: $\forall k$, $\forall \mu$, si $\tau < \tau'$, $\varphi_{\tau\mu}(k) < \varphi_{\tau'\mu}(k)$.

Esta propiedad expresa simplemente que, cuanto más alta es la tasa de imposición, tanto más fuertes son los factores externos.

La resolución del modelo de Ising (Yang, 1952) permite obtener la productividad media en función de ζ (y, por ende, de $\langle k_t \rangle$ en el modelo):[5]

$$\langle \lambda_t \rangle = \mu/2 + \mu/2 \left\{1 - sh^{-4}(\ln\zeta/8)\right\}^{1/8} \text{ si } \zeta > |\zeta$$
$$\text{y } \langle \lambda_t \rangle = \mu/2 \text{ si } \zeta \leq |\zeta,$$

donde sh es la función seno hiperbólico y $|\zeta$ la solución de la ecuación $sh\,(\ln |\zeta/8) = 1$.

Sabiendo que $\zeta = \varphi_{\tau\mu}(\langle k_t \rangle)$, se obtiene una función ψ tal que:

$$\langle \lambda_t \rangle = \psi_{\tau\mu} (\langle k_t \rangle)$$

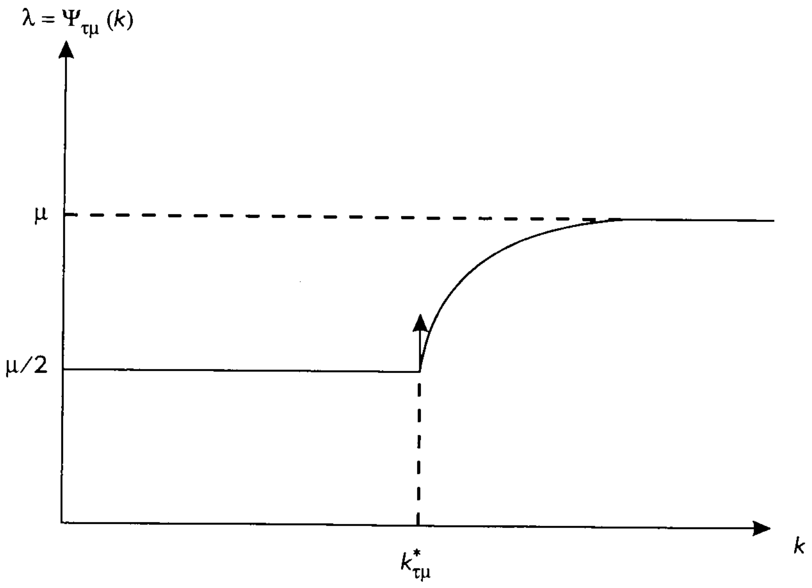
La función ψ tiene las siguientes propiedades:

i) $\exists\, k^*_{\tau\mu} \,/\, \forall \langle k_t \rangle \leq k^*_{\tau\mu}\ \psi(\langle k_t \rangle) = \mu/2$

a la media geométrica, en esta expresión se subestiman las sumas percibidas por imposición; subestimación que es tanto más grande cuanto mayor es la dispersión de los agentes en torno a la media. Por consiguiente, tenemos un problema de agregación que no hemos resuelto: cuando todos los agentes tienen el mismo capital al principio, la aproximación desaparece necesariamente en un periodo.

[5] Puesto que el modelo es completamente simétrico, nada permite afirmar *a priori* que, cuando se presente la transición colectiva, los agentes elegirán ante todo la tecnología productiva. Por tanto, es necesario añadir la hipótesis usual de que, en las fronteras del sistema, los agentes son influidos por la tecnología más productiva (para en seguida extender las fronteras al infinito).

Gráfica 2



y $k^*_{\tau\mu}$ es la solución de $\varphi_{\tau\mu}(k^*_{\tau\mu}) = |\zeta$.

A una media de capital baja y, por ende, a una interacción baja, las empresas agente eligen indiferentemente una u otra tecnología. No hay ningún efecto colectivo. Sólo hay un efecto tope, un capital crítico por encima del cual se desarrolla sobre todo la tecnología más productiva.

ii) $\psi_{\tau\mu}(k) \rightarrow \mu$ cuando $k \rightarrow \infty$.

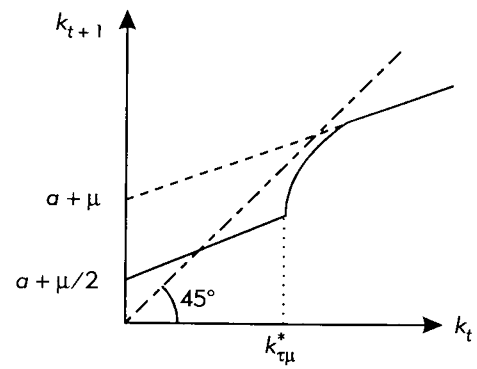
A una media de capital alta, se pasa de alguna manera de un grado a otro y todas las empresas agente optan por la misma tecnología.

iii) $\psi'_{\tau\mu}\ (k^*_{\tau\mu}) = \infty$.

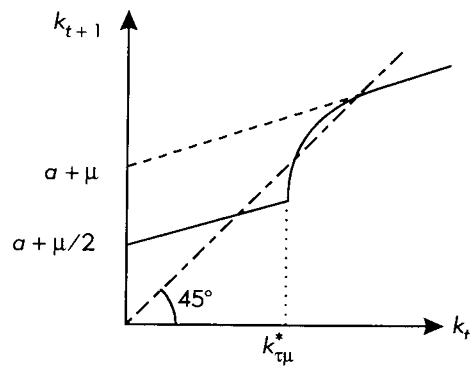
La función $\psi_{\tau\mu}$ presenta una tangente vertical a la transición. Hay una especie de efecto de incremento rápido.

Llevando a cabo una resolución completa del modelo de Ising, podría mostrarse igualmente un resultado muy intuitivo. Si bien es cierto que, a una media de capital baja, las empresas agente eligen indiferentemente una u otra tecnología, no es menos cierto que en el

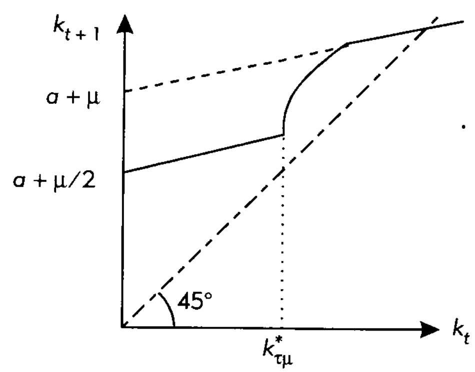
Gráfica 3. Resolución gráfica de la ecuación diferencial



Gráfica 3.1
$a \leq a_b$



Gráfica 3.2
$a_b \leq a \leq a_h$



Gráfica 3.3
$a_h \leq a$

sistema se crean, en distancias cortas, dominios en los que todos los agentes son exclusivamente productivos o improductivos. Esos dominios se agrandan cuanto más cerca se está de la transición. Aunque en el plano macroscópico la productividad sea siempre igual a $\mu/2$, en el microscópico el sistema se organiza, se diferencia.

Promediando la ecuación 1, el modelo se reduce en el plano microscópico al sistema:

$$\begin{cases} \langle k_{t+1} \rangle = a + \alpha \langle k_t \rangle + \langle \lambda_t \rangle \\ \langle \lambda_t \rangle = \psi_{\tau\mu} (\langle k_t \rangle). \end{cases}$$

Antes de resolver gráficamente este sistema, presentaremos los resultados de manera intuitiva. A productividad constante, la ecuación que gobierna el ciclo debe converger. Y, al mismo tiempo, ψ es una función que posee un efecto tope. Por tanto, todo consistirá en ver si la convergencia se efectúa o no, antes de la transición colectiva. Si es así, el sistema no tendrá que tener en cuenta la función ψ, pues todo será equivalente a una productividad constante de $\mu/2$.

Continuaremos el análisis conforme a los valores iniciales de a, que son diferentes según los países.

Definamos que $a_b/a_b + \psi_{\tau\mu}(k) = k\psi_{\tau\mu}(k)$ admite una solución y que $a_h = k^*_{\tau\mu}(1 - \alpha) - \mu/2$ (siempre se obtendrá $a_b \leq a_h$).

En el caso de que $a \leq a_b$, el sistema converge hacia un estado en el que la productividad media es de $\mu/2$ (véase la gráfica 3.1).

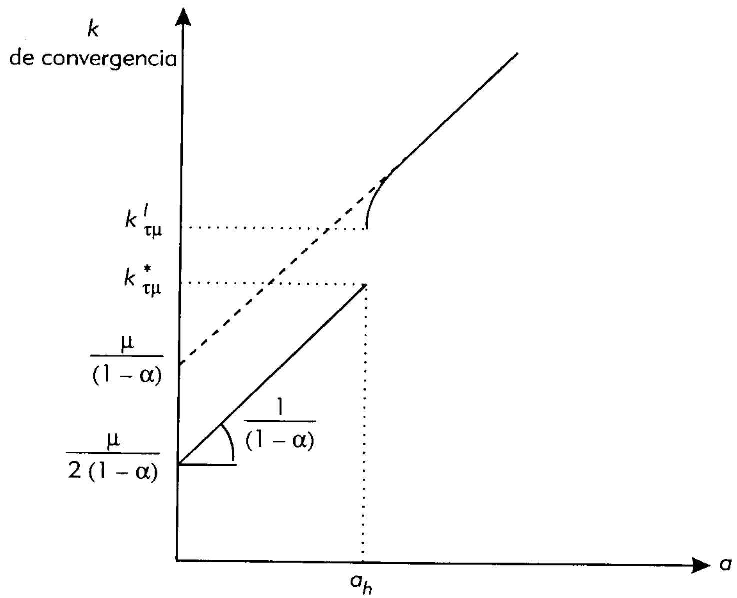
En el caso de que $a_b \leq a \leq a_h$, el sistema posee tres puntos de convergencia, uno de los cuales es inestable. Si se parte de un estado inicial de poco capital (esto es, si se supone que el sistema favorece el crecimiento gracias a un nuevo producto) se tiene como productividad media final $\mu/2$ (véase la gráfica 3.2).

En el caso de que $a_h \leq a$ (véase la gráfica 3.3), se obtiene una productividad final $\lambda > \mu/2$, solución de:

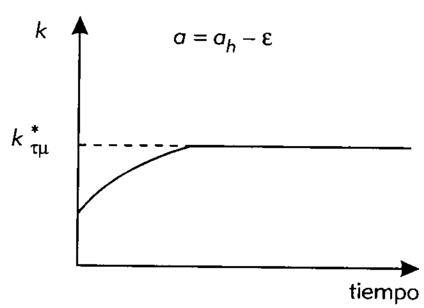
$$\begin{cases} k(1 - \alpha) = a + \psi_{\tau\mu}(k) \\ \lambda = \psi_{\tau\mu}(k). \end{cases}$$

En la vecindad de a_h, una débil variación de las condiciones iniciales (de, por ejemplo, $a_h - \varepsilon$ a $a_h + \varepsilon$ con $\varepsilon \to 0$) tiene un efecto macroscópico: hay una discontinuidad en cuanto al estado de convergencia final. Si llamamos $k^1_{\tau\mu}$ a la solución de:

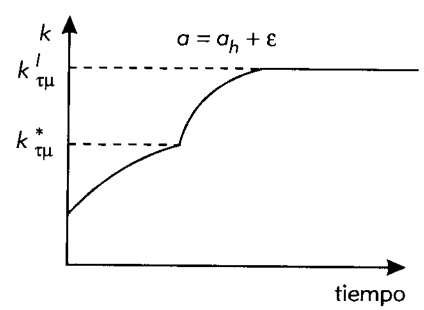
Gráfica 4



Gráfica 4.1



Gráfica 4.2



Gráfica 4.3

$$\begin{cases} (k^1_{\tau\mu} - k^*_{\tau\mu})\,(1-\alpha) = \psi_{\tau\mu}\,(k^1_{\tau\mu}) - \mu/2 \\ k^1_{\tau\mu} \neq k^*_{\tau\mu} \end{cases}$$

la discontinuidad es de $\Delta\, k = k^1_{\tau\mu} - k^*_{\tau\mu}$ (véanse las gráficas 4.1, 4.2 y 4.3).

Por consiguiente, el modelo sólo describe la brecha que se abre entre dos grupos de países: los primeros no se benefician de ningún

efecto colectivo, mientras que los segundos experimentan un efecto de crecimiento endógeno, ya que los factores externos favorecen un aumento de la productividad.

La función del planificador social

Anticipándose a la transición colectiva, el planificador social puede satisfacer mejor al conjunto de las empresas agente. Su acción puede manifestarse en dos planos: primero, puede favorecer una política individual de inversión en detrimento del consumo, de esa manera el capital per cápita aumenta y entonces el sistema puede alcanzar la transición colectiva, y los agentes beneficiarse de una productividad superior que les permite compensar los esfuerzos de inversión anteriores; o bien, puede simplemente gravar más a los agentes para aumentar su presupuesto de infraestructura, investigación o educación y así favorecer las interacciones. Este esfuerzo exigido a los agentes sólo se justifica si permite al sistema pasar al estado colectivo.

Todas las observaciones que haré sobre la función del planificador social son pertinentes únicamente en el campo restringido de la función de promotor de los factores externos que le he asignado. En el artículo no se tienen en cuenta otros efectos, como la mera redistribución entre los diferentes agentes.

La política de inversión individual

En principio, me propongo estudiar el primer caso con un presupuesto de "interacciones" constante. En lugar de resolver por completo el problema de la imposición óptima a todos los agentes (debo precisar que los agentes son discernibles y que se supone que se puede observar geográficamente su productividad), me limitaré más modestamente a mostrar que hay casos en los que el planificador social puede, estrictamente hablando, actuar mejor.

Lema 1

$\exists\, a_{sp} < a_h \;/\; \forall a \in (a_{sp}, a_h)$ el planificador social puede aumentar el bienestar de los agentes, favoreciendo la transición colectiva.

Me propongo mostrar que, en un solo periodo, en el caso de países que convergen hacia $k_c < k^*_{\tau\mu}$, el planificador social puede aumentar la utilidad media de las empresas agente (a él corresponde buscar después una forma de redistribución que aumente al menos el bienestar de cada uno). Cuando los agentes hacen frente a una productividad que les es impuesta, se demuestra (por deducción de la ecuación 1) que:

$$\ln C_t^{(i,j)} = b + \alpha \ln C_{t-1}^{(i,j)} + \ln \Lambda_t^{(i,j)},$$
$$\text{con } b = \ln A + \alpha \ln (1-\tau) + (1-\alpha) \ln (1-\alpha\beta) + \alpha \ln \alpha\beta,$$

lo cual permite expresar de manera simple la función de utilidad intertemporal óptima del agente (i, j) a partir de la fila T:

$$U_T^{(i,j)} = \sum_{t \geq T} \beta^t \ln C_t^{(i,j)}$$

y, después de algunas manipulaciones:

$$U_T^{(i,j)} = \beta^T \frac{1+\alpha\beta}{1-\alpha\beta} \ln C_T^{(i,j)} + \frac{1}{1-\alpha\beta} \sum_{t>T} \beta^t \ln \Lambda_t^{(i,j)} + \frac{b\beta^{T+1}}{1-\alpha\beta},$$

se deduce de ello, por tanto, que:

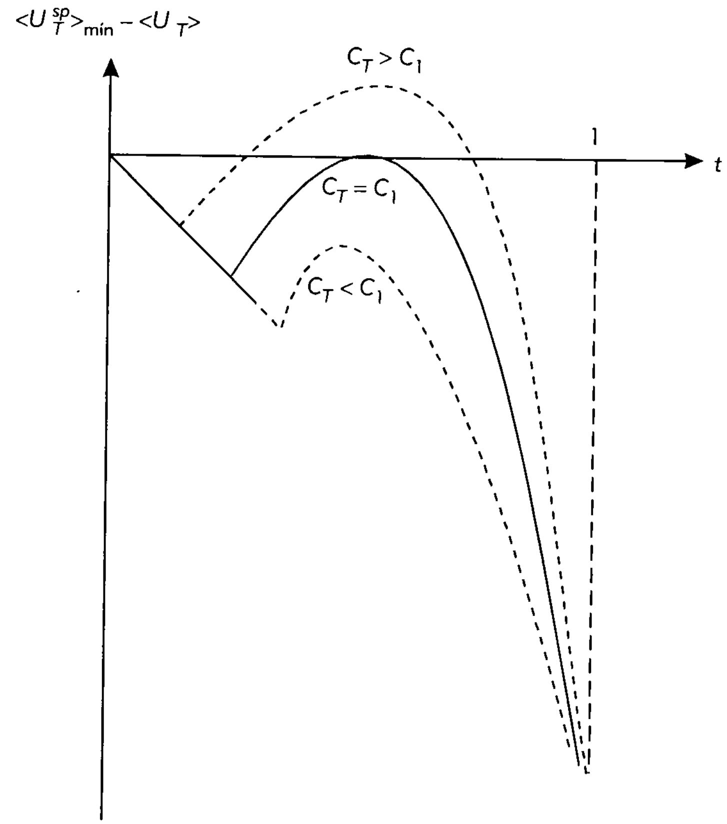
$$<U_T> = \beta^T \frac{1+\alpha\beta}{1-\alpha\beta} <c_T> + \frac{1}{1-\alpha\beta} \sum_{t>T} \beta^t <\lambda_t> + \frac{b\beta^{T+1}}{1-\alpha\beta}$$

y, si se converge antes de la transición:

$$<U_T> = \beta^T \frac{1+\alpha\beta}{1-\alpha\beta} <c_t> + \frac{\mu\beta^{T+1}}{2(1-\beta)(1-\alpha\beta)} + \frac{b\beta^{T+1}}{1-\alpha\beta}.$$

Si, en lo sucesivo, en el periodo T, el Estado, de manera no anticipada por los agentes, grava al consumidor y subvenciona el capital, de tal manera que $C_T^{(i,j)}$ se ve reducido por un factor $(1-\rho)$, entonces en el periodo siguiente se tiene un capital $K^{(i,j)}$ aumentado por un factor $(1 + \rho (1-\alpha\beta)/\alpha\beta)$; después el Estado ya no interviene. La idea consiste en limitar a los agentes a sobreinvertir para así permitir el paso de $k^*_{\tau\mu}$. Luego, el capital continuará aumentando hacia un nuevo estado de convergencia. Después de ese periodo de imposición un minorante de la productividad es simplemente la productividad obtenida en el periodo $T+1$. Así, un minorante de $<U_T^{sp}>$ es:

Gráfica 5



$$<U_T^{sp}>_{\text{mín}} = \beta^T \frac{1+\alpha\beta}{1-\alpha\beta} <c_T> + \beta^T \frac{1+\alpha\beta}{1-\alpha\beta} \ln (1-\rho) + \frac{b\beta^{T+1}}{1-\alpha\beta} + \frac{b\beta^{T+1}}{(1-\alpha\beta)(1-\beta)} \Psi (k^{**}),$$

$$\text{y } k^{**}(\rho) = (1 + \rho (1-\alpha\beta)/\alpha\beta)\, \alpha\beta\, c_T/(1-\alpha\beta).$$

Para comparar este minorante y la función de utilidad media sin intervención del Estado, se efectúa la diferencia:

$$\langle U^{sp}_{T}\rangle_{\text{mín}} - \langle U_T\rangle = \beta^T \left\{(1+\alpha\beta)\ln(1-\rho) + \beta\,\psi\,(k^{**}(\rho))/(1-\beta) - \mu/2\right\}.$$

Esta función puede ser positiva para c_T próximo a $k^*_{\tau\mu}\,(1-\alpha\beta)/\alpha\beta$.

$$\exists\, c_1\ /\forall c \in\ [c_1, c^*_{\tau\mu}],\ \exists\ [\rho_1, \rho_2]\ /\forall\rho \in\ [\rho_1, \rho_2]\ \langle U^{sp}_{T}\rangle_{\text{mín}} - \langle U_T\rangle \geq 0,$$

c_1 es la solución del sistema:

$$\begin{cases}(1-\alpha\beta)/(1-\rho) = \beta k_1\,(1-\alpha\beta)\psi'(k_1(1+\rho(1-\alpha\beta)/\alpha\beta))/(\alpha\beta(1-\beta))\\ -(1+\alpha\beta)\ln(1-\rho) = \beta(\psi(k_1(1+\rho(1-\alpha\beta)/\alpha\beta) - \mu/2)/(1-\beta)\\ c_1 = (1-\alpha\beta)k_1/\alpha\beta.\end{cases}$$

Puesto que nos encontramos en la parte de horizonte infinito, esta proposición se aplica a todos los casos en que tiene lugar una convergencia (sin intervención del Estado) que pertenezca a $(c_1, c_{\tau\mu}]$. Siempre existe un rango T más allá del cual c_T se encuentra suficientemente cerca de la consumación de su convergencia. En consecuencia, hemos demostrado que, mediante su acción, el planificador social puede hacer avanzar estrictamente el capital de transición y, por ende, permitir que los países, cuyas condiciones iniciales son inferiores estrictamente a a_h, aumenten su productividad media.

Para hacer aumentar la utilidad de cada agente, es necesario, por tanto, que el planificador social encuentre un medio adecuado de redistribución. Pero éste es muy complejo, ya que, en la evolución del sistema, cuando aumentan las interacciones, lo que se modifica es la estructura global. Los polos dinámicos se agrandan, al igual que los poco productivos. Cuando un planificador aumenta la productividad media, algunos agentes productivos pueden muy bien haber dejado de serlo, porque el equipamiento natural del territorio se ha modificado. La acción que se describe en el lema 2 puede muy bien tener un efecto negativo, P periodos más tarde, sobre una empresa agente que hubiese permanecido productiva sin la intervención del Estado. De igual manera, si se considera que puede haber N intervenciones, el sistema se vuelve totalmente inextricable y las productividades se redistribuyen totalmente en comparación con el caso en el que el Estado no intervendría.

Lema 2

$\exists\ a'_{sp}\ /\forall\ a \leq a'_{sp}$, el planificador social no tiene función alguna que desempeñar.

Si $(\ln A + \mu/2 + \alpha\ln(1-\tau))/(1-\alpha) < k^*_{\tau\mu}$, entonces, aunque $C^{(i,j)}_t = 0 \forall t$ y $\forall i, j$, el planificador no podrá lograr la transición. La ecuación de consumación nula que gobernaría el comportamiento de los agentes sería $K^{(i,j)}_{t+1} = A\,(1-\tau)^\alpha\,K^{(i,j)^\alpha}_t$, es decir:

$$\langle k_{t+1}\rangle = \ln A + \alpha\,\langle k_t\rangle + \mu/2 + \alpha\ln(1-\tau).$$

Entonces, no se podría superar nunca la transición.

Por tanto, un minorante de a'_{sp} es:

$$a'_{sp\ \text{mín}} = ((1-\alpha)k^*_{\tau\mu} - \mu/2) + \ln\alpha\beta.$$

Puesto que un mayorante es a_{sp}, ello basta para demostrar la existencia de a'_{spt}.

La política de infraestructura

Los resultados que acabamos de demostrar se aplican en el caso de una τ dada, es decir, en el caso en el que el porcentaje del presupuesto del Estado destinado a las interacciones es un porcentaje fijo del capital total. Bastará con demostrar que, en el caso general, se mantiene el efecto tope. Cuando las condiciones iniciales son muy débiles, el Estado no tiene capacidad para mejorar la situación económica del país. Demostraremos la existencia de un minorante.

Para todas las τ previsibles, el capital, antes de la transición, estará siempre dominado por la estrategia de consumación nula y $\tau = 0$, estrategia que converge hacia $(\ln A + \mu/2)/(1-\alpha)$.

Ahora bien, el conjunto $\{k^*_{\tau\mu}/0 \leq \tau \leq 1\}$ es minorado por $k^*_{1\mu}$, que es finito y diferente de cero. O sea, si $(\ln A + \mu/2)/\ (1-\alpha) \leq k^*_{1\mu}$, el sistema, sea cual fuere la intervención del Estado, nunca podrá alcanzar la transición. Lo cual demuestra, entonces, la existencia de un minorante de la condición inicial A.

Clasificación

Las consideraciones anteriores me permiten afinar la clasificación de los estados según sus condiciones iniciales.

Seguimos teniendo dos grandes grupos de países: en el primero, se pasa continuamente de lo que llamaremos un "primer mundo" o "mundo colectivo" (basta una intervención muy débil del Estado para alcanzar la transición, pues el capital per cápita ya es muy importante) a un "segundo mundo" o "mundo colectivo a través del Estado", en el que la planificación adquiere toda su importancia para favorecer las interacciones positivas entre los agentes. El segundo grupo corresponde a un "tercer mundo" o "mundo local". Aparecen nuevas tecnologías y se desarrollan localmente, pero no logran comunicar su dinamismo al conjunto del país. En este caso la función del Estado es totalmente inoperante.

Esta clasificación simplista me permite hacer varias observaciones. En primer lugar, resulta extraño notar que abarca de manera aproximada la diferenciación clásica de los tres mundos. El primero, de tradición más liberal, es el grupo de los países industrializados; el segundo, de tradición (antes del rechazo del comunismo) planificadora, estatal, es el grupo de los países del Este, y, el tercero, finalmente, es el "Tercer Mundo", en el que, por el momento, no se han encontrado las soluciones en un Estado omnipotente, sino más bien en un desarrollo más local. Se obtiene, con sorpresa, un resultado casi "regulador": el sistema político que se constituye de manera natural en un país es resultante de condiciones económicas iniciales. Esto significa que no existe un modelo mundial de política económica. A cada estado económico inicial, frente a un periodo de crecimiento, corresponde un sistema político adecuado. Por lo demás, resulta interesante reinterpretar los acontecimientos políticos del Este a la luz de esta clasificación. La situación económica era tal, que el Estado planificador no podía pretender favorecer la transición colectiva; se encontraba, de hecho, en una situación de "Tercer Mundo", simplemente porque —en el sentido de esta clasificación— había roto su compromiso, se había desagregado, descentralizado, y era inoperante en un mundo con una vocación local. Sería ingenuo creer que un modelo ideológico (basado en la iniciativa privada, la libertad, la democracia, etc.) se impuso a otro. Generalizar cierto tipo de enfoque en el caso de un Estado ausente significa limitarse a bipolarizar la economía mundial (en mundo colectivo y mundo local), creando, como consecuencia de la falta de un segundo mundo, una brecha imposible de colmar.

El modelo simplificado

Para ilustrar de manera sencilla el caso del planificador, presento una versión simplificada del modelo que nos permitirá obtener una solución clara. Nos limitaremos a un periodo con una dotación inicial $K_1^{(i,j)}$, idéntico para todos los agentes. La empresa agente no tiene de dónde elegir, producirá su bien con lo que le dejará el Estado después de los impuestos. El planificador debe maximizar la consumación de los agentes, esto es, su producción (puesto que sólo hay un periodo, los agentes no invierten):

$$<U^{(i,j)}> = <\ln Y^{(i,j)}> = \ln A + \alpha \ln K_1 + \alpha \ln (1-\tau) + \psi_{\tau\mu}(\ln K_1).$$

Para presentar un resultado analítico, adoptaré como familia de funciones $\varphi_{\tau\mu}$:

$\varphi_{\tau\mu}(x) = 8 \exp (Argsh\, ((\exp (x + \ln\tau)/\theta_\mu)^{\Phi/4}))$ (con $\Phi > 0$) de tal suerte que:

$$\Psi_{\tau\mu}(\ln K_1) = \mu/2 + (\mu/2)(1 - (\tau K_1/\Theta_\mu)^{-\Phi})^{1/8} \text{ si } K_1 \geq \Theta_\mu/\tau$$
$$\Psi_{\tau\mu}(\ln K_1) = \mu/2 \text{ si } K_1 \leq \Theta_\mu/\tau$$

Cualquier problema de media geométrica o aritmética ha desaparecido, puesto que todos los agentes tienen el mismo capital al principio. El objetivo del planificador se reduce entonces a optimizar en τ la expresión:

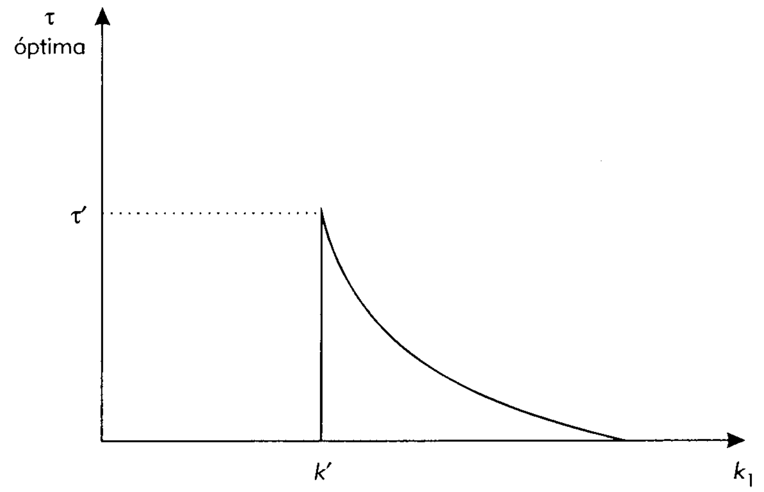
$$<U^{(i,j)}> = Cte + \alpha \ln(1-\tau) + \mu/2\,(1 - (\tau K_1/\Theta_\mu))^{-\Phi})^{1/8}.$$

Esta expresión nos permite trazar la curva de la tasa óptima de gravamen del Estado en función de la condición inicial K_1. Proponiendo τ' y K', la solución del sistema es:

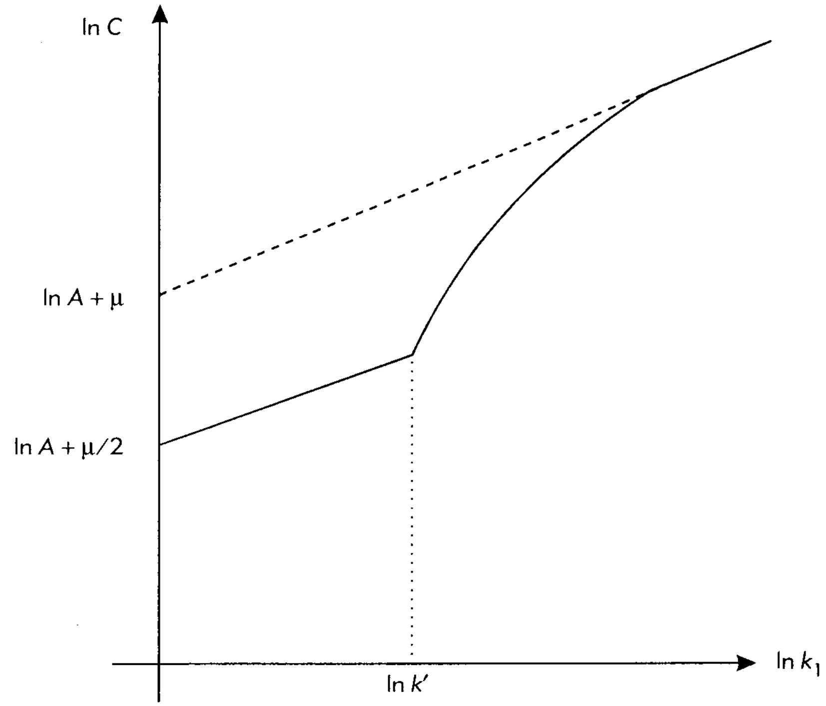
$$\begin{cases} \alpha\beta \ln(1-\tau') + \beta(\mu/2)(1-(\tau' K'/\Theta)^{-\Phi})^{1/8} = 0 \\ \alpha\beta/(1-\tau') = \beta(\mu/2)(\Phi/8)(K'/\Theta)^{-\Phi}\tau'^{-\Phi-1}(1-(\tau' K'/\Theta)^{-\Phi})^{-7/8}. \end{cases}$$

Tenemos una ilustración muy clara de lo que se presentaba en el caso de horizonte infinito. Cuando las condiciones iniciales son muy débiles, el Estado es inútil; más allá de K', se pasa continuamente de

Gráfica 6



Gráfica 7



una solución planificada a una solución liberal. El valor crítico K' permite comprender lo que denominaré la "revolución liberal" (concepto con algunas evocaciones en la historia económica actual): se pasa de un extremo al otro, de una solución en la que el Estado es lo más necesario a aquella en la que ya no lo es en absoluto, en el caso de un deterioro muy débil del capital inicial antes del ciclo de nueva tecnología. También debemos hacer notar que, aunque haya discontinuidad en la intervención del Estado, la producción y, por ende, la función media de utilidad son continuas. En la transición se puede obtener una misma producción media, ya sea adoptando una política "local", sin intervención, ya sea gravando pesadamente a los agentes, permitiendo así favorecer los factores externos y aumentando el número de agentes productivos.

Conclusiones

Con este artículo he querido aportar tres elementos: en primer lugar, desarrollar una técnica que denominamos "modelo de Ising de interacciones endógenas" y que, hasta donde sé, nunca ha sido utilizada. El modelo de Ising simple comienza a tener una influencia modesta en economía, pero, en mi opinión, su aplicación sigue siendo muy semejante a la de los modelos de física que le dieron origen. El objetivo era separarlo de ellos un poco más, considerando endógena, de cierta manera, la temperatura, esto es, la intensidad de las interacciones. Así, se pasó de un modelo que se aplica a una ciencia de la materia inerte a un marco téorico que comprende un sistema dinámico que se regula a sí mismo. Evidentemente, los resultados que se presentaron pueden parecer demasiado débiles en ocasiones, habida cuenta del aspecto binario del modelo; de la misma manera, la solución matemática —cuya complicación admito— casi no corresponde a la ortodoxia económica que desea resultados simples. En mi opinión, es necesario tener en cuenta que el sistema es una caja negra que permite convertir en modelo una forma de rigidez —que denominé en el Anexo gestación, maduración— o, también, un efecto tope. Y, asimismo, podría intentarse la aplicación de este enfoque para explicar otras formas de rigidez en economía: salarios, precios, etc. En economía geográfica, esa técnica podría ser útil para examinar la distribución estadística espacial de los agentes, que se reúnen por grupos de la misma identidad, cuando aumentan las interacciones (el espacio se diferencia, se crean ciudades, etc.) (véase la gráfica 7).

En segundo lugar, se pretendió situarlo en una problemática actual de la función del Estado e intentar aclarar modestamente afirmaciones como "el Estado es necesario porque favorece los factores externos"; en el artículo, este precepto no es general. Así, se ofrece una interpretación de lo que se llamó la "revolución liberal" en el caso de países en vías de desarrollo y que no consagra de manera alguna la victoria de una ideología sobre otra. En el Primer Mundo, el Estado es menos necesario, porque ya no se tiene necesidad de él para asegurar la homogeneidad y la transición colectiva; en el Tercer Mundo, se rechaza porque el costo social para asegurar la transición es demasiado alto: la nación debe contentarse con una situación heterogénea en la que el Estado sólo tendría eventualmente una función redistributiva. En la generalización presentada en el Anexo se demuestra, por último, que se puede generar —en un caso, es cierto, en que los parámetros son muy particulares— un modelo de mundo de dos velocidades que se reproduce sin cesar.

En tercer lugar, el modelo puede ser útil en el caso mexicano. La apertura comercial generada por el Tratado de Libre Comercio favorecerá la importación de tecnologías del "líder" estadunidense que seguirán creando polos dinámicos de desarrollo exógeno, en particular en el Norte. ¿En qué medida podrán esos polos transmitir de manera endógena su dinamismo al resto del tejido económico? La desigualdad entre regiones (de 1 a 6 en el PIB per cápita entre la región de Tabasco y la de Oaxaca), los pocos factores externos creados por el empobrecimiento del sector educativo y el reducido porcentaje del PIB destinado a la investigación (0.5% contra 1.5% en Corea del Sur y 2.5% en los países de la OCDE) nos hacen presagiar que el tope de la "capacidad social" no ha sido alcanzado. Los esfuerzos emprendidos por el presidente Salinas (reforma educativa, reducción del aislamiento de las regiones mediante proyectos carreteros, etc.) siguen la dirección endógena. Sin embargo, el artículo plantea dos problemas: habida cuenta de la existencia de un efecto tope, ¿puede la reforma modernizadora llevar a la transición colectiva?, o bien, ¿es utópico pensar en ella en un país que parece tener una vocación local? Y, después, considerando la discontinuidad de la política óptima en el modelo, ¿actualmente es suficiente el esfuerzo emprendido, aunque cuente con la capacidad potencial para lograr buenos resultados?

Anexo

En este Anexo se presenta una aplicación generalizada del modelo al ciclo de tecnología antes expuesto, considerando el caso de una sucesión de progresos nuevos. ¿Puede o no perdurar la diferenciación descrita? Mantenemos el formalismo de crecimiento exógeno/endógeno: una idea se presenta de manera exógena al sistema, pero su desarrollo, su difusión, es puramente endógeno. Para remitirnos en cada ocasión al caso presentado en la primera parte, se supone, en un primer momento, que cada nueva tecnología se presenta en los periodos λ y que ella sustituye a la anterior. En todo momento los agentes tienen a su disposición la última y la penúltima tecnologías. Se supone que el salto de productividad es constante. Por tanto, se pasa de una pareja propuesta, de $((n-1)\,\mu,\, n\mu)$ a $(n\mu,\, (n+1)\,\mu)$.

Las interacciones caracterizadas por la función $\beta = \varphi_{\tau\mu}(k)$ dependen de μ. Se supone, en efecto, que con cada nueva tecnología es necesario crear una red de interacción propia al progreso y que cuanto más compleja es la tecnología tanto más compleja es la red que debe establecerse. Supondremos que:

$$\varphi_{\tau\mu}(k) = \varphi_\tau\,(k/(\gamma\,(n\mu)^{\Phi})) \quad \text{con} \quad \Phi > 0.$$

Partimos de una distribución de países cuyas a iniciales están comprendidas entre a_- y a_+. Veremos si se mantiene el fenómeno de diferenciación en dos mundos presentado en el caso de una política fija del Estado (τ está fijada y las empresas agente no anticipan la próxima innovación).

Generalizando los resultados de la segunda sección, se obtiene a_h^n, la condición inicial crítica al cabo de n innovaciones:

$$a_h^n + (n-1)\mu = \gamma\,(n\mu)^{\Phi}\,\Theta_\tau(1-\alpha) - \mu/2,$$

donde Θ_τ es la solución de $\mid \zeta = \varphi_\tau\,(\Theta_\tau)$

$$a_h^n = \gamma\,(n\mu)^{\Phi}\Theta_\tau(1-\alpha) - (n-3/2)\mu.$$

Otro elemento importante en el análisis es el tiempo T, al cabo del cual se efectúa la transición, si debe hacerse, y al que llamaremos tiempo de gestación. El valor crítico que habíamos introducido no tenía en cuenta la duración finita de la nueva tecnología. Ahora bien, es posible que se produzca una "gestación abortada". El país tiene la posibilidad de llegar a la transición colectiva y emprende los esfuerzos de interacción necesarios pero, antes de que tenga lugar la transición, aparece una nueva tecnología que hace inútiles los esfuerzos por obtener una tecnología ya superada. Por tanto, además de observar las a_h^n (en un horizonte infinito), es conveniente ver si la condición que impone que el tiempo de gestación sea inferior al periodo λ no introduce nuevas limitaciones a las condiciones iniciales.

Si llamamos t al tiempo en que aparece la n-ésima innovación, entonces el capital es k_t. La evolución del capital antes de la próxima transición colectiva es, simplemente, una serie aritmético-geométrica (teniendo en cuenta la maximización de los agentes que suponen que el horizonte es infinito):

$$k_{t+1} = \alpha k_t + a + (n - 1/2)\mu$$

y, por ende,

$$k_{t+T} = \alpha^T k_t + (1 - \alpha^T)a/(1 - \alpha) + (1 - \alpha^T)(n - 1/2)\mu/(1 - \alpha).$$

El tiempo de gestación se define como el tiempo T tal que:

$$k_{t+T} = \sup_i\{k_{t+i} \leq \gamma(n\mu)^{\Phi}\Theta_\tau\},$$

de donde se deduce que:

$$T = E\left(\frac{1}{\ln\alpha}\ln\left(\frac{\gamma(n\mu)^{\Phi} - \frac{a}{1-\alpha} - \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\mu}{1-\alpha}}{k_t - \frac{a}{1-\alpha} - \left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\mu}{1-\alpha}}\right)\right)$$

E es la función parte entera.

Por ejemplo, un mayorante de T se obtiene minorando k_t mediante $\gamma((n-1)\mu)^{\Phi}\,\Theta_\tau$. Se demuestra entonces que, cuando hay transición: $\forall a$ y $\forall\Phi$, $T \to 0$, cuando $n \to \infty$. Dicho de otra manera, $\forall a \in [a_-, a_+]$, existe un rango N más allá del cual $T < \lambda$. Al cabo de cierto número de progresos el tiempo de gestación ya no es factor de diferenciación de las

condiciones iniciales. En el largo plazo, basta interesarse únicamente en a_h^n, y entonces se tienen los siguientes resultados:

$$\text{si } \Phi > 1, \quad \text{o}$$
$$\text{si } \Phi = 1 \text{ y } \gamma(1-\alpha)\Theta_\tau > 1.$$

Estamos en un régimen donde tarde o temprano los países pertenecerán a la categoría de crecimiento local, con una semitecnología promedio de retraso. Los costos para asegurar las interacciones aumentan con mayor rapidez que la productividad y, después de un número finito de innovaciones, los países ya no son capaces de asegurar las transiciones. Eliminamos progresivamente los países de "crecimiento colectivo" hasta que ya no queda ninguno:

$$\text{si } \Phi < 1, \quad \text{o}$$
$$\text{si } \Phi = 1 \text{ y } \gamma(1-\alpha)\Theta_\tau < 1.$$

Al cabo de un número finito de innovaciones, los países terminarán siempre por lograr la transición. Los costos para asegurar las interacciones aumentan con menor rapidez que la productividad y la totalidad de los países, que poseen entonces un periodo de gestación que tiende a cero, tienen agentes que se mantienen sobre la última innovación. Se trata entonces exactamente del caso neoclásico: una nueva tecnología se presenta de manera exógena e inmediatamente es adoptada por todas las empresas agente. No hay heterogeneidad:

$$\text{si } \Phi = 1 \text{ y } \gamma(1-\alpha)\Theta_\tau = 1$$

nos encontramos en el caso particular en el que el esquema de la primera parte se reproduce indefinidamente. De manera continua se abre una brecha entre dos mundos: el primero adopta automáticamente todas las nuevas tecnologías y el tercero se mantiene heterogéneo con una parte incomprensible de agentes que tienen una tecnología atrasada. De ello resulta una diferencia de capital Δk que se acumula a cada nuevo ciclo. Esta clasificación es independiente de μ y de λ.

El caso más general consistiría en considerar el sistema al que llegan las innovaciones conforme a un procedimiento de Poisson de tasas λ y en el que la trayectoria del logaritmo de la productividad tiene una distribución normal. No intentaremos resolver ese problema, simplemente señalaremos que permite al Estado tener una función mucho más rica. Si se pasa, por ejemplo, de una pareja propuesta, $(\mu, 2\mu)$ a otra $(2\mu, 2\mu + \varepsilon)$ con $\varepsilon << \mu$, el planificador social no exigirá a sus agentes un esfuerzo a través del impuesto, nefasto por su función de utilidad, si la ganancia de productividad supuesta, obtenida mediante la transición, es muy débil. Por tanto, filtrará los progresos y seleccionará su intervención, poniendo en práctica una política amplia, si el progreso es notable. Más tarde descubrirá si su política resultó ser provechosa. Si, por desgracia, la innovación siguiente se presenta demasiado pronto, habrá una gestación abortada. En ese caso general, la brecha entre los países sólo se abrirá con ocasión de progresos notables.

Referencias bibliográficas

Abramovitz (1986), "Catching Up, Forging Ahead, and Falling Behind", *Journal of Economic History*, 46(2), pp. 385-406.

Aghion y Howitt (1990), *A Model of Growth Through Creative Destruction*, Cambridge, Mass., NBER (Documento de Trabajo, núm. 3223).

Durlauf (1989), "Locally Interacting Systems, Coordination Failure and the Behavior of Aggregate Activity", Stanford University (mimeografiado).

Fudenberg y Tirole (1991), *Game Theory*, MIT Press.

Föllmer (1974), "Random Economies with Many Interacting Agents", *Journal of Mathematical Economics*, núm. 1, pp. 51-62.

Kelly, M. (1989), "Phase Transition and Coordination Failure in Dynamic Stochastic Games", Yale University (mimeografiado).

Krugman (1991), "Increasing Return and Economic Geography", *Journal of Political Economy*, vol. 99, núm. 3.

Lucas (1988), "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, núm. 22, pp. 3-42.

Onsager, L. (1944), "Crystal Statistics. I. A Two-Dimensional Model with an Order-Disorder Transition", *Physical Review*, núm. 65, p. 117.

Romer (1986), "Increasing Returns and Long Run Growth", *Journal of Political Economy*, núm. 94, pp. 1002-1037.

Sargent, T. (1979), *Macroeconomic Theory*, Cambridge, Harvard University Press.

Solow, R. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, núm. 70, pp. 65-94.

Tirole, J. (1988), *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press, pp. 404-409.

Yang C. (1952), "The Spontaneous Magnetization of a Two-Dimensional Ising Model", *Physical Review*, núm. 85, p. 808.

Los rendimientos económicos de la escolaridad en México, 1989

Teresa Bracho y Andrés Zamudio

Resumen: El presente artículo utiliza la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares de 1989 para determinar las tasas de retorno privadas a la educación en México. Las tasas de retorno son calculadas utilizando la llamada "ecuación minceriana". Los resultados indican retornos similares a los encontrados en otros países latinoamericanos, pero bajos en comparación a estudios previos sobre México. Los retornos dieron resultados diferentes cuando se diferenció por género, zona de residencia o ciclo escolar. Finalmente se encontró alguna evidencia sobre la importancia de los efectos generacionales sobre los retornos.

Abstract: This paper uses the 1989 National Household Survey to evaluate the private rates of return to education in Mexico. The rates of return were calculated using the so-called "Mincerian equation". The results indicate returns similar to those from other Latin-American countries, but lower than the results from previous studies on Mexico. The returns differ when differentiated by gender, area of residence or educational level. Finally some evidence of vintage effects were found.

Desde un punto de vista teóricamente fundado, se argumenta que los beneficios de la escolaridad van mucho más allá de los beneficios monetarios que obtienen los individuos en el mercado de trabajo, y por ello hay quienes afirman que la estimación de estos últimos no tiene importancia para la política educativa. En este artículo sostenemos que, si bien es fundamental para la planeación educativa reconocer que los beneficios de la escolaridad rebasan lo estrictamente

Teresa Bracho es investigadora de la División de Administración Pública, CIDE. Andrés Zamudio es investigador de la División de Economía de esta misma institución. El presente artículo se basa en una serie de tres Documentos de Trabajo del CIDE, productos parciales de la investigación en proceso sobre rendimientos económicos de la escolaridad, sus formas de estimación y aproximaciones empíricas al caso mexicano. La investigación, así como sus productos, son responsabilidad compartida por ambos autores.