

# Nuevos fundamentos para la economía neoclásica

Adolfo García de la Sienna

*Abstract:* The aim of the present paper is not to provide proofs of any theorems, but rather to discuss the conceptual foundations of neoclassical economic theory. Thus, a perfectly general axiomatic foundation for such a theory is provided, after a proposal by professor Vilks is reviewed and rejected as inadequate.

The paper stresses the fact that economics is not mathematics, even though it must make use of mathematical methods, and so a clear distinction must be drawn between the economics content and those implausible assumptions that are usually made in order to facilitate the proof of theorems.

Vilks (1992) ha presentado un conjunto de axiomas para la economía neoclásica formulados de modo concreto en el lenguaje ordinario, pero que permiten transitar de modo natural a una formulación conjuntista de éstos. La primera virtud de estos axiomas radica en que ponen de relieve la diferencia que hay entre los fundamentos generales de la economía neoclásica —los cuales constituyen, como veremos, un cierto concepto de sistema social— y los modelos específicos que se estudian en la literatura estándar de la “microeconomía”. Usualmente, las críticas que se hacen a la “falta de realismo” de “los axiomas de la economía neoclásica” se refieren más bien a los axiomas o supuestos especiales que definen a estos modelos específicos. Otra virtud de los axiomas de Vilks —aparte de la claridad con que están formulados— se encuentra en que permiten elucidar la importancia y significado del concepto de equilibrio. El objetivo de este artículo es introducir los axiomas de Vilks para mostrar que presentan ciertas limitaciones *qua* formulación de la economía neoclásica. En la parte final del trabajo presentaré una nueva axiomatización que, creo, mantiene las virtudes de la de Vilks, pero que es más consonante con la estructura conceptual de la economía neoclásica.

El economista, acostumbrado a ver las definiciones y axiomas

como meros preámbulos para demostrar algún teorema, se sorprenderá al no encontrar ningún teorema como secuela de las definiciones principales. La razón de esta aparente omisión es que este trabajo está dedicado a buscar una axiomatización *perfectamente general* de la economía neoclásica que ponga de manifiesto su estructura conceptual y no está sujeto a la compulsión de demostrar ningún teorema particular (para lo cual, por regla general, se requiere introducir supuestos restrictivos especiales). Por ende, este trabajo se inscribe más en la filosofía de la ciencia que en la economía matemática propiamente dicha. El problema epistemológico al que intenta hacer alguna aportación es el de la *aplicabilidad del concepto de economía neoclásica a situaciones económicas concretas*. Para ello se requiere dejar de lado —aunque sea por un momento— las suposiciones de “buen comportamiento” (convexidad, concavidad, continuidad, etcétera) que necesitamos para construir modelos abstractos específicos. No me interesa aquí, pues, demostrar teoremas, sino contribuir a la elucidación de conceptos muy usuales en la actualidad. El lector notará que este trabajo está inspirado en la obra de Arrow y Debreu (1954), así como en la de Debreu (1959, 1982).

### Los axiomas de Vilks

Vilks propone ocho axiomas para la economía neoclásica, los cuales formula del siguiente modo:

- (A1) *El que un agente crea que una acción es posible (para él), puede depender de la situación en que se encuentra (pero de nada más).*
- (A2) *El que un agente prefiera una acción a otra puede depender de la situación en que se encuentra (pero de nada más).*
- (A3) *El que las acciones de los agentes sean físicamente posibles puede depender de la situación en que se encuentran (pero de nada más).*
- (A4) *Si en una situación dada un agente lleva a cabo una acción, entonces no hay otra acción que él, en esa situación, crea posible y prefiera a la que ha llevado a cabo.*
- (A5) *Si en una situación dada un agente lleva a cabo una acción, entonces él, en esa situación, cree que esta acción es posible (para él).*

- (A6) *Si en una situación dada los agentes llevan a cabo acciones, entonces estas acciones son, en esa situación, físicamente posibles.*
- (A7) *Alguna situación tiene lugar y todo agente lleva a cabo alguna acción.*
- (A8) *Una situación que tiene lugar es una situación, y una acción que es llevada a cabo es una acción.*

Vilks reformula estos enunciados —a los que llama “axiomas neoclásicos básicos”— como axiomas de una teoría formal; esto es, como “reglas de lenguaje que imponen restricciones en el uso de los términos ‘agente’, ‘acción’, ‘prefiere’, y así consecutivamente, sin presuponer lógicamente ningún ‘significado’ de estos términos”.<sup>1</sup> Sin embargo, antes de proceder a reformularlos como tales axiomas, Vilks los trata como enunciados del lenguaje ordinario con plenitud de significado. Vilks piensa además que estos axiomas son aceptables para los economistas neoclásicos y que es posible argumentar para el efecto de que debieran ser aceptables para todo el mundo. De hecho, Vilks sostiene que la “validez de los enunciados A1 a A8 se presupone frecuentemente en el lenguaje ordinario”. A continuación procederemos a una discusión de su significado a fin de proporcionar elementos que permitan estimar su plausibilidad.

Pero antes que nada quiero hacer notar un uso reduccionista que Vilks hace del término “físicamente posible”. Es evidente que con esta expresión Vilks quiere decir *algo que puede ocurrir efectivamente y, más específicamente, acciones que son compatibles*, por lo que no parece propio ese uso del término, pues tiene un cierto dejo de reduccionismo fiscalista. Pues quizá las acciones que son económica, jurídica o socialmente compatibles (por ejemplo) no sean caracterizadas apropiadamente como físicamente posibles, aunque impliquen la concurrencia de ciertos sucesos físicos. Para evitar esta dificultad, usaré la expresión “factible” en vez de aquella frase.

A Vilks le parecen obvios los axiomas A1 a A3. La clave para entender rectamente estos axiomas se encuentra en la expresión “depender de la situación s”. Con el concepto de situación, Vilks quiere captar la idea de un espacio de decisiones asequible para un agente (como, por ejemplo, el conjunto de menús de consumo que satisfacen su restricción presupuestaria, dado un vector de precios  $p$ ), pero como algo

<sup>1</sup> Vilks (1992), p. 57. Son más todas las traducciones de textos citados originalmente en inglés.

“dado” en lo que no están reveladas las decisiones de los otros agentes. Así, al decir A1 que el que el agente crea que una acción es posible para él puede depender de la situación, pero de nada más, lo que está tratando de formular es la tesis de que el agente *ignora* las decisiones de los demás agentes y se limita a “hacer lo que se puede”, dadas las condiciones externas que se imponen sin que pueda dar cuenta de la causa de estas condiciones. A2 significa entonces que las preferencias del agente no dependen de lo que hagan los demás: dado su espacio de acciones posibles, el agente elige entre ellas, ignorando las decisiones de los demás agentes. A3, finalmente, expresa la tesis de que la coordinación de las acciones no requiere de un órgano central de control, sino que a lo sumo requiere que los agentes tengan conocimiento de las condiciones que se les imponen (por ejemplo por el vector de precios prevaleciente).

Parece claro lo que se propone Vilks con su concepto de dependencia de una situación. Sin embargo, hay otro sentido de dependencia en el que seguramente el espacio de acción asequible a un agente depende de las acciones de los demás. Ciertamente, las acciones de los demás agentes tienen que ver con los precios, la demanda y la oferta prevalecientes en un momento dado. Por lo tanto, condicionan los espacios de acciones de un agente particular cualquiera, aunque el agente no tenga noción de los procesos que condujeron a esa situación. Para evitar confusiones, será menester distinguir nítidamente este sentido no epistémico de dependencia del concepto epistémico que introduce Vilks.

Quizá la interpretación más apropiada de A4 consista en la tesis de que en cada situación un agente posee una cierta estructura de preferencias —motivada por diversos factores que no se restringen necesariamente a los “apetitos inferiores”—, que el agente puede dar cuenta verbal de esas preferencias, y que si el agente no mintiera al dar cuenta verbal de sus preferencias (o al figurárselas internamente para él mismo), entonces se observaría que su acción siempre es congruente con ellas. El punto es que el agente puede determinar *ex ante* cuáles son sus preferencias y que está en la libertad de actuar en contra de ellas. El contenido interesante y no trivial del axioma consiste precisamente en afirmar que ello no ocurre. Por ello, a Vilks le parecería absurdo que alguien dijera algo como esto: “cuando hice [la acción]  $x$ , creía que  $y$  era una alternativa posible y además prefería estrictamente  $y$  a  $x$ ; pero, como puedes ver, hice  $x$ ”. Vilks vería una respuesta de este tipo como “incomprensible” y como aparentemente violatoria de una

regla tácita del lenguaje.<sup>2</sup> No me parece que tal respuesta sea meramente una violación de una regla del lenguaje, pero seguramente sí sería al menos eso.

El axioma A5 afirma que un agente lleva a cabo una acción sólo si cree que ésta es posible para él. Esto puede ser cierto —parece plausible—, pues un absurdo se presenta en la imagen de alguien que, convencido de que una acción es ciertamente imposible para él, sin embargo se lanza a llevarla a cabo. Lo que sí ocurre es que a veces nos parece de gran dificultad —o peligrosa— una acción y que, sin embargo, nos arriesgamos a intentarla. Pero esto último no viola el axioma A5. El axioma A5 no es trivial, porque alguien podría estar seguro de la imposibilidad de una acción y sin embargo acometerla. Se podría pensar en el caso de alguien que se quiere suicidar, pero incluso en ese caso se puede argumentar que la acción que deseaba llevar a cabo el agente no era la calificada como imposible, sino más bien la de suicidarse. Cuando un agente acomete una empresa imposible es factible argumentar que su finalidad no es llevar a buen término la empresa, sino que el verdadero motivo está oculto —lanzarse a la empresa es un pretexto o un medio para otro fin— y el agente cree que aquel otro fin sí es posible para él. La cuestión es más bien si es natural y necesario introducir un axioma acerca de las creencias de los agentes dentro de los axiomas neoclásicos básicos. Retomaré este problema en la sección “Crítica de los axiomas de Vilks”.

El axioma A6 es obviamente verdadero. Se refiere a la congruencia de las acciones de los agentes: no es posible pues un sistema de acciones descoordinadas de los agentes, como comprar cuando nadie vende. Es interesante notar el carácter profundamente social de este axioma, el cual establece que las acciones que son posibles para un individuo dependen de las acciones que llevan a cabo los demás. Pero por ello mismo se observa que lo que un agente “considera” como un posible curso de acción no es independiente de las acciones que llevan a cabo los demás agentes. Por lo demás, la cuestión no es aquí “crecer” o “considerar”, sino las restricciones efectivas para la acción que imponen las acciones de los demás —junto con la “situación”.

A7 es un axioma de un orden completamente distinto. Se trata de una afirmación de existencia que es a todas luces verdadera, no importa el sistema social o económico que estemos considerando. Supongo que

<sup>2</sup> Vilks (1992), p. 59.

es la forma que tiene Vilks de introducir la ontología de la teoría, pero su *status* será considerado en la sección "Crítica de los axiomas de Vilks". A8 es también discutible. Afirma que el conjunto de las situaciones o acciones factibles es un subconjunto de las posibles, lo cual parece meramente un caso particular del axioma modal de que todo lo real es posible. Ésta es también una afirmación ontológica que se discutirá junto con la anterior.

A pesar de las dificultades señaladas, la propuesta de Vilks ha tenido éxito al distinguir la noción de axiomas neoclásicos básicos de los axiomas restrictivos que usualmente se proponen en los tratados sobre el equilibrio competitivo. Las aplicaciones de los axiomas que resultan menos realistas son aquellas en las que las "situaciones" se restringen a condiciones muy específicas, como cuando se estipula que una "situación" es un sistema de precios en el mercado; o aquellas en las que las estructuras de preferencias se especifican de maneras restrictivas, como cuando se hace una suposición de "egoísmo" en ellas o se supone que son completas y transitivas, etc. Generalmente estas suposiciones se hacen con la finalidad de obtener resultados matemáticos de existencia de equilibrios, pero detrás de ellos puede haber también concepciones muy discutibles acerca de la "naturaleza humana". Es importante hacer esta salvedad para que no se confunda el carácter de los axiomas básicos en toda su generalidad con los axiomas más específicos que se proponen en las presentaciones usuales de la economía neoclásica. A continuación se reformularán los axiomas neoclásicos de Vilks dentro del lenguaje de la teoría de los conjuntos, con el objeto de hacer una crítica ulterior de ellos.

### Transición a una axiomatización conjuntista

Una vez visto el sentido de los axiomas A1 a A8, procederemos a revisar la formulación conjuntista de ellos que ofrece Vilks. La clave de una axiomatización conjuntista consiste en notar que, en muchos usos del lenguaje, los términos no se refieren a toda clase de entidades que caen en su extensión, sino que se toman con una denotación más restringida. Por ejemplo, cuando decimos ante un partido de fútbol que los futbolistas se disputan el balón, no nos estamos refiriendo a todos los seres que han sido, son y serán futbolistas, sino tan sólo a los jugadores que se encuentran en el terreno de juego en ese momento y lugar. Si quisiéramos usar conjuntos para representar el juego, quizá usaríamos

la letra  $F$  para designar el conjunto de los futbolistas en el partido. Análogamente, para cualquier caso de aplicabilidad putativa de los axiomas básicos neoclásicos, usaremos la notación siguiente:  $I$  es el conjunto de los agentes, el cual debe ser pensado como un conjunto de índices, cada uno representando un agente;  $S$  es el conjunto de las situaciones posibles;  $A$  es el conjunto de las acciones posibles;  $O$  es el conjunto de las situaciones que tienen lugar efectivamente;  $C_i$  es el conjunto de las acciones llevadas a cabo por el agente  $i$ ;  $B_i(s)$  es el conjunto de las acciones que el agente  $i$  estima como posibles en la situación  $s$ ;  $P_i(s,b)$  es el conjunto de las acciones que el agente  $i$  prefiere por encima de  $b$  en la situación  $s$ ;  $F(s)$  es el conjunto de los grupos de acciones simultáneas de todos los agentes,  $a_i$ , que son factibles en la situación  $s$ .

Con esta notación, los axiomas A1 a A8 pueden ser reformulados del modo siguiente:

**Definición 1.** Un sistema neoclásico es una estructura

$$\mathfrak{R} = \langle S, A, (B_i, P_i)_{i \in I}, F, O, (C_i)_{i \in I} \rangle$$

tal que  $I, S, A$  y  $O$  son conjuntos no vacíos, que satisfacen los siguientes axiomas:

- (N1) Para todo  $i \in I$ ,  $B_i : S \rightarrow A$  es una correspondencia de  $S$  en  $A$ ;<sup>3</sup>
- (N2) para todo  $i \in I$ ,  $P_i : S \times A \rightarrow A$  es una correspondencia del producto cartesiano  $S \times A$  en  $A$ ;
- (N3)  $F : S \rightarrow \prod_{i \in I} A$  es una correspondencia del conjunto  $S$  en el producto cartesiano del conjunto  $A$  por sí mismo, indizado por  $I$ ; i.e.  $A_i = A$  para todo  $i \in I$ ;
- (N4) para todo  $i \in I$ , si  $s \in O$  y  $a \in C_i$ , entonces  $B_i(s) \cap P(s,a) = \emptyset$ ;
- (N5) para todo  $i \in I$ , si  $s \in O$  y  $a \in C_i$  entonces  $a \in B_i(s)$ ;
- (N6) si  $s \in O$  y  $(a_i) \in \prod_{i \in I} C_i$  entonces  $(a_i) \in F(s)$ ;
- (N7)  $O \times \prod_{i \in I} C_i \neq \emptyset$ ;
- (N8) para todo  $i \in I$ ,  $O \subseteq S$  y  $C_i \subseteq A$ .

La correlación entre los axiomas A1 a A8 y los N1 a N8 es muy directa y natural. N1 dice que la familia de acciones que el agente  $i$

<sup>3</sup> A diferencia de Debreu (1959), p. 7, Vilks no excluye la posibilidad de que la correspondencia asuma como valor el conjunto vacío.

cree posibles en la situación  $s \in S$  depende de la situación solamente. Notar que, al ser  $B_i$  una correspondencia (y por lo tanto  $B_i(s)$  un conjunto), no se está afirmando que *solamente una* acción sea concebida como posible por el agente en la situación  $s$ . El axioma N2 nos dice que, dada una situación  $s$  y una acción posible  $a$ , el conjunto de las acciones que  $i$  prefiere por encima de  $a$  queda determinado, *i.e.* depende solamente de la situación  $s$ . N3 afirma que, en cada situación, hay un conjunto (posiblemente vacío) de acciones posibles por parte de todos los agentes. N4 afirma que, en toda situación factible, no hay ninguna acción que el agente  $i$  crea como realmente posible y que a la vez sea preferida a la acción efectivamente llevada a cabo por el agente  $i$ . N5 afirma que, en toda situación factible, el agente cree que es posible para él la acción que efectivamente lleva a cabo. El contenido de N6 es que las acciones llevadas a cabo por los agentes en una situación factible siempre son factibles en esa situación. N7 afirma que alguna situación tiene lugar y que todos y cada uno de los agentes llevan a cabo alguna acción. Finalmente, el contenido del axioma N8 es obvio. Se puede concluir, pues, que los axiomas N1 a N8 no son sino una reformulación bastante fiel de los axiomas neoclásicos básicos.

Los estados de un sistema neoclásico son todas las situaciones y acciones acompañantes que se podrían dar en abstracto. Un estado es fáctico si la situación correspondiente se presenta y las acciones acompañantes se llevan a cabo. Formalmente, tenemos la siguiente definición:

**Definición 2.** Sea  $\mathfrak{N}$  un sistema neoclásico. Los elementos de  $Z \equiv S \times \prod_{i \in I} A$  se llamarán *estados* del sistema neoclásico. Un estado  $(s, (a_i))$  es un *estado fáctico* de  $\mathfrak{N}$  si y sólo si (syss) la situación  $s$  ocurre ( $s \in O$ ) y las acciones  $a_i$  son llevadas a cabo ( $a_i \in C_i$  para todo  $i \in I$ ).

Cualquier conjunto de agentes y situaciones que pueda ser conceptualizado mediante los axiomas A1 a A3 será llamado un espacio social. En términos conjuntistas, este concepto se define como sigue:

**Definición 3.** Una estructura  $\mathfrak{C} = \langle S, A, (B_i, P_i), F \rangle$  es un *espacio social*, syss satisface los axiomas N1 a N3.

Como podemos ver, un espacio social es un sistema neoclásico potencial (una estructura parcial de una estructura para el lenguaje de la teoría) al que le faltan los conceptos existenciales (pueden ser de

existencia matemática) de ocurrencia real ( $O$ ) y acciones efectivamente llevadas a cabo ( $C_i$ ). Sin embargo, su estructura conceptual es lo suficientemente rica como para permitirnos definir un concepto de estado de un sistema social que es enteramente análogo al del estado de un sistema neoclásico. Más aún, todo estado de un sistema neoclásico es un estado del espacio social que involucra, aunque tal vez haya espacios sociales que no pueden ser extendidos a sistemas neoclásicos y cuyos estados, por consiguiente, no son estados de ningún sistema neoclásico.

**Definición 4.** Sea  $\langle S, A, (B_i, P_i), F \rangle$  un espacio social. Los elementos de  $Z \equiv S \times \prod_{i \in I} A$  serán llamados *estados* del espacio social.

Con motivación en la economía, pero con una aplicabilidad más amplia, surge un concepto que es importante por razones que veremos más adelante: el concepto de equilibrio de un espacio social. En su generalidad filosófica, el equilibrio de un estado social "describe una situación que es subjetivamente óptima y objetivamente factible". Este concepto queda capturado conjuntistamente en la siguiente definición.

**Definición 5.** Un estado  $e = (s, (a_i))$  del espacio social  $\mathfrak{C}$  es un *equilibrio* de  $\mathfrak{C}$ , syss se cumplen las siguientes condiciones:

- 1) Para todo  $i \in I$ ,  $a_i \in B_i(s)$
- 2) Para todo  $i \in I$ ,  $B_i(s) \cap P_i(s, a_i) = \emptyset$
- 3)  $(a_i) \in F(s)$ .

Un equilibrio social se concibe, así, como una situación y una familia de acciones de los agentes que cumplen las siguientes condiciones. El agente  $i$  cree que la acción  $a_i$  es posible para él en la situación  $s$ ,  $i$  no cree que haya alguna acción posible para él que sea preferible a la acción  $a_i$  y las acciones de todos los agentes,  $a_i$ , son compatibles, en el sentido de que pueden ocurrir de modo simultáneo.

### Importancia del concepto de equilibrio

La insistencia en el concepto y los teoremas de equilibrio que encontramos en la teoría económica contemporánea no son una mera moda pasajera o un capricho de los economistas que gustan de los métodos matemáticos, sino que tienen una profunda razón de ser filosófica y económica. En primer lugar, es posible ver que todo estado factible de

un sistema neoclásico es un estado de equilibrio del espacio social al que hace referencia (teorema 1). Se sigue de esto que los axiomas básicos neoclásicos implican que *todos los estados factibles son estados de equilibrio*. En otras palabras, todo estado factible de un sistema neoclásico puede ser conceptualizado como un estado de equilibrio de un espacio social apropiado.

Por otra parte, es posible demostrar que un espacio social puede ser ampliado a un sistema neoclásico, *sys*s existe un equilibrio para ese espacio (teorema 2). En economía, lo que se hace es partir de la caracterización de un espacio social determinado, esto es, una cierta "economía", y luego demostrar que esta economía o espacio social tiene un equilibrio. Se ve entonces que la importancia metodológica de una demostración tal de equilibrio reside precisamente en mostrar que la economía puede ser expandida a un modelo de los axiomas básicos, lo que *no* quiere decir que tenga estados reales (pues la existencia del equilibrio puede ser puramente matemática) pero sí que es *congruente* con los axiomas neoclásicos. Vilks ilustra este punto con el ejemplo de la economía del intercambio puro, la cual ve como un espacio social que satisface ciertas condiciones especiales (por ejemplo, el conjunto de las "situaciones" es el conjunto de los posibles vectores de precios). Cerraré esta sección anunciando y dando demostración de los teoremas arriba mencionados.

**Teorema 1.** Si  $\mathcal{E}$  es un espacio social y  $\mathfrak{R} = \langle \mathcal{E}, O, (C_i) \rangle$  es un sistema neoclásico, entonces 1) todo estado fáctico de  $\mathfrak{R}$  es un equilibrio de  $\mathcal{E}$ , y 2) hay un equilibrio de  $\mathcal{E}$ .

*Demostración.* Si  $(s, (a_i))$  es un estado fáctico de  $\mathfrak{R}$  entonces  $(s, (a_i))$  es asimismo un estado de  $\mathcal{E}$  y además tenemos que  $s \in O$  y  $a_i \in C_i$  para todo  $i \in I$ . Por N5,  $i$  cree que  $a_i$  es posible para él en  $s$ , o  $a_i \in B_i(s)$ , y se cumple la primera condición de equilibrio. Por N4, no hay otra acción que  $i$  crea posible para él en  $S$  y preferible a  $a_i$ ,  $B_i(s) \cap P(s, a_i) = \emptyset$ , que es la segunda condición del equilibrio. Finalmente, por N6, como  $s$  ocurre y las acciones  $a_i$  son de hecho llevadas a cabo por los agentes, son factibles,  $(a_i) \in F(s)$ , que es la tercera condición del equilibrio. Por ende,  $(s, (a_i))$  es un equilibrio de  $\mathcal{E}$ .

Por otra parte, alguna situación tiene lugar y cada uno de los agentes lleva a cabo una acción N7; *i.e.* existe al menos un estado fáctico  $(s, (a_i))$  de  $\mathfrak{R}$ . Por el argumento previo se concluye que existe un equilibrio de  $\mathcal{E}$ .  $\square$

**Teorema 2.** Un espacio social  $\mathcal{E}$  puede ser extendido mediante una elección de los conjuntos  $O$  y  $(C_i)$  de tal modo que  $\langle \mathcal{E}, O, (C_i) \rangle$  es un sistema neoclásico, *sys*s existe un equilibrio para  $\mathcal{E}$ .

*Demostración.* Sea  $\mathcal{E}$  un espacio social y supóngase que  $\mathcal{E}$  puede ser extendido a un sistema neoclásico  $\mathfrak{R} = \langle \mathcal{E}, O, (C_i) \rangle$ . Entonces el teorema 1 implica que existe un equilibrio de  $\mathcal{E}$ .

Supóngase ahora que  $\mathcal{E}$  tiene un equilibrio  $(s, (a_i))$ . Esto significa que se cumplen los axiomas N4 a N6. Sea  $O$  un subconjunto de  $S$  que contiene a  $s$  como elemento y sea también  $C_i$  un subconjunto de  $A$  tal que  $C_i = \{a_i\}$  ( $i = 1, \dots, n$ ).

Entonces se satisfacen también N7 y N8; *i.e.*  $\langle \mathcal{E}, O, (C_i)_{i \in I} \rangle$  es un sistema neoclásico.  $\square$

### Crítica de los axiomas de Vilks

El marco teórico en el que encuentran su lugar natural las estructuras que usualmente estudia la economía neoclásica es el concepto de sistema social. Este concepto se origina en el trabajo de Pareto, quien fue el primer sociólogo en abandonar el concepto de causalidad en las ciencias sociales, para sustituirlo por el de dependencia funcional mutua de todos los "elementos" de la sociedad. Como señala Dooyeweerd (1986):

Según Pareto, podemos aislar provisionalmente un complejo de factores sociales variables, los que pueden verse como una función de algún otro complejo de variables. ¿Qué fenómenos, uno debe preguntar, ocurren en el primer complejo cuando ciertos cambios ocurren en el segundo? Uno debe estar preparado también para revertir inmediatamente esta relación funcional.<sup>4</sup>

Más aún, agrega Dooyeweerd,

Toda la idea de la sociedad de Pareto —como un sistema comprendido por un número de elementos más o menos constantes que interactúan mutuamente y se mantienen en equilibrio a través de un balance de fuerzas— se halla aún profundamente enraizada en la creencia clásica

<sup>4</sup> Cfr. p. 43.

de que los modos de pensar científicos naturales proporcionan un modelo universal para todas las ciencias. Como el mismo Pareto subraya, usar el concepto matemático de función en sociología es presuponer que debemos estudiar los "elementos sociales" y sus "conexiones" sobre una base cuantitativa.<sup>5</sup>

No es este el momento para criticar el concepto paretiano de sociedad, sino para señalar que su idea de sociedad conduce al concepto de sistema social formulado —entre otros— por Debreu (1982), si bien aparece ya anunciado en Arrow y Debreu (1954). Una definición de (lo que veremos es en realidad un caso particular de) este concepto, mediante la definición de un predicado conjuntista, sería la siguiente. De aquí en adelante,  $N$  será el conjunto de los agentes, *i.e.* de los primeros  $n$  números enteros positivos; la notación  $N \setminus i$  denota ese mismo conjunto menos el entero positivo  $i$ .

**Definición 6.** Un sistema social de Debreu es una estructura

$$\mathfrak{A} = \langle A_1, \dots, A_n, \varphi_1, \dots, \varphi_n, f_1, \dots, f_n \rangle$$

tal que para todo  $i \in N$ ,

- 1)  $A_i$  es un subconjunto no vacío, compacto y convexo de un espacio euclidiano;
- 2)  $\varphi_i : A \rightarrow A_i$  es continua, asume valores convexos y no depende de la  $i$ -ésima variable, de modo que  $\varphi_i(a_1, \dots, a_i, \dots, a_n) = \varphi_i(a_1, \dots, a'_i, \dots, a_n)$  para todo  $a_i, a'_i \in A_i$ ;
- 3)  $f_i : A \rightarrow \mathbb{R}$  es continua en  $A$  y cuasicóncava con respecto a  $a_i$ ;
- 4) dado cualquier  $a \in A$ ,  $i$  escoge un elemento de

$$\mu_i(a) = \{ y \in \varphi_i(a) \mid f_i(a_{N \setminus i}, y) = \max_{z \in \varphi_i(a)} f_i(a_{N \setminus i}, z) \}.$$

Veremos que hay paralelismos importantes entre el concepto de Vilks de espacio social y este concepto de sistema social. Los primeros  $n - 1$  conjuntos  $A_1, \dots, A_{n-1}$  corresponden a los conjuntos de acciones de Vilks. La diferencia radica en que Vilks supone que todos los agentes

<sup>5</sup> *Ibid.* Véase el volumen 4, "La forma general de la sociedad", en el *Trattato di sociologia generale*; traducido por Bongiorno y Livingston (1935).

tienen el mismo conjunto de posibilidades de acción,  $A$ , mientras que el otro concepto permite diferentes conjuntos para diferentes agentes. El conjunto  $A_n$  corresponde a lo que Vilks llama "situaciones". En algunas interpretaciones  $A_n$  viene a ser identificado con el conjunto de todos los vectores posibles de precios para la economía, en cuyo caso se concibe el "mercado" como el "agente"  $n$ -ésimo. Las correspondencias  $\varphi_i$  corresponden a las  $B_i$  de Vilks, pero hay dos diferencias significativas: 1) mientras que las  $B_i$  están definidas sobre el conjunto de las "situaciones"  $S$ , las  $\varphi_i$  lo están sobre el conjunto de los estados del sistema social, a saber, el producto cartesiano

$$A = A_1 \times \dots \times A_n.$$

Esto quiere decir que —a diferencia de Vilks— las  $\varphi_i$  no están definidas solamente sobre las "situaciones"  $A_n$  sino sobre todas las posibles acciones de los agentes —incluidas las del agente  $n$ -ésimo. 2) Mientras que las  $B_i$  son interpretadas por Vilks como "correspondencias de creencia", en el sistema social, las  $\varphi_i$  no tienen connotaciones psicologistas, sino que expresan simplemente las acciones factibles de los agentes dado un estado cualquiera del sistema social; *i.e.* si  $a \in A$ ,  $\varphi_i(a)$  es el conjunto de todas las acciones factibles para el agente  $i$  dado el estado  $a$ , lo crea o no lo crea.

Las  $f_i$  son las funciones de utilidad de los agentes. Suponen, desde luego, que las preferencias correspondientes constituyen un orden débil (son completas y transitivas) y que cumplen propiedades adicionales como convexidad débil y cerradura de los conjuntos de acciones que dominan o son dominadas por una acción determinada. Corresponden a las  $P_i$  de Vilks, sólo que estas relaciones de preferencia son más generales que las que presuponen las funciones  $f_i$ .

La ley del sistema social —que Vilks no formula de igual manera— es que los agentes actúan en cada estado de manera que maximizan su utilidad sobre el conjunto de las acciones factibles en ese estado. Sin embargo, de alguna manera expresa Vilks esta ley con sus axiomas A4 y A5, los cuales conjuntamente expresan que las decisiones ya tomadas en "situaciones" que ocurren realmente son factibles A5 (el agente "cree" que son factibles para él) y además son las preferidas dentro de ese conjunto (A4). Vilks define el concepto de equilibrio de su espacio social mediante estas dos condiciones más una que tiene que ver con la compatibilidad de las acciones: para estar en equilibrio, además de satisfacer A4 y A5, un sistema de acciones ( $a_i$ ) llevadas a cabo en la

situación  $s$  tiene que ser factible, o sea, pertenecer a  $F(s)$ . Esta correspondencia de factibilidad  $F$  es tomada por Vilks como un concepto primitivo, pero en rigor ello no es necesario, pues el equilibrio se puede definir en términos del concepto de punto fijo, como sigue. El concepto de equilibrio del sistema social "a través de un balance de fuerzas" es una generalización del concepto de equilibrio de Nash y se define así:

**Definición 7.**  $a^*$  es un equilibrio del sistema social  $\mathfrak{A}$ ,  $\text{syss}$ , para todo  $i \in N$ ,  $a_i^* \in \mu_i(a^*)$ ; i.e.  $a^* \in \mu(a^*) = \mu_1(a^*) \times \dots \times \mu_n(a^*)$ .

La factibilidad de las acciones  $a^* = (a_i^*)$  está expresada por la condición  $a^* \in \mu(a^*)$ , pues esto significa que  $a^*$  es un estado social tal que, visto desde la perspectiva de un agente arbitrario  $i$ : 1) incluye su propia decisión,  $a_i^*$ , la cual maximiza la utilidad de  $i$  dadas las acciones de los otros agentes; 2) al ser escogida dentro del conjunto de acciones factibles, dadas las acciones de los otros agentes, es compatible con esas acciones. Vale lo mismo para los otros agentes si "revertimos esa relación funcional" y consideramos cualquier otro agente  $j \neq i$ . Desde luego que Vilks no puede seguir un procedimiento análogo para definir el concepto de equilibrio de un espacio social, pues su concepto de creencia  $B_i$  es demasiado débil para ese propósito.

Por lo que dice acerca de ellos, los términos  $O$  ("situación que tiene lugar efectivamente") y  $C_i$  ("acción llevada a cabo por el agente  $i$ ") no se aplican solamente a situaciones y acciones sociales, sino que también expresan existencia de entes puramente matemáticos. Como señalé anteriormente, según Vilks la importancia metodológica del concepto de equilibrio radica en que permite mostrar que una estructura dada (una "economía") puede ser expandida a un modelo de los axiomas básicos. Sin embargo, muchas de estas economías están descritas mediante supuestos especiales tan restrictivos, que no es posible decir que representan sistema económico alguno. En este caso, la demostración del equilibrio no puede establecer que existen ciertas "situaciones" y "acciones" de los agentes, puesto que no hay tales agentes en la esfera social o económica. Por lo tanto, los términos  $O$  y  $C$  no expresan necesariamente existencia social.

Si esto es así, los axiomas A7 y A8 no distinguen entre existencia de entes matemáticos y entes sociales y más bien parecen expresar consistencia lógica (i.e. existencia de un modelo para ciertas especificaciones de los axiomas básicos). Pero en este caso resultan innecesarias, pues esa consistencia queda expresada simplemente en términos

de la existencia de un punto fijo:  $O \times \prod_i C_i$  no es sino el conjunto de los puntos fijos. Por lo demás, basta probar que existe un modelo de los axiomas básicos para mostrar su consistencia y esto se puede hacer de dos maneras: o bien mostrando que sistemas sociales reales se pueden describir adecuadamente como sistemas sociales en equilibrio (en el sentido de la definición), o bien mostrando que bajo ciertos supuestos especiales es posible derivar lógicamente la existencia de tal equilibrio.

Tampoco es necesario incluir en los axiomas de la teoría la afirmación ontológica de que existen aquellos entes sociales a los que se aplica. Éste es un *presupuesto* en la producción de los axiomas y el problema de su confirmación se reduce a mostrar que los sistemas sociales reales se pueden describir adecuadamente como sistemas sociales en equilibrio (en el sentido de la definición).

### Nuevos axiomas básicos para la economía neoclásica

La crítica anterior nos da pauta para proponer otro sistema de axiomas neoclásicos básicos que esté libre de los problemas que presenta el de Vilks. La clave está en generalizar el concepto de sistema social (el cual se seguirá llamando "sistema social"), para eludir las restricciones innecesarias. Por *correspondencia extendida* entendemos una correspondencia que puede asumir el conjunto vacío como valor.

**Definición 8.** Un sistema social es una estructura

$$\mathfrak{A} = \langle A_1, \dots, A_n, \varphi_1, \dots, \varphi_n, P_1, \dots, P_n, d \rangle$$

tal que, para todo  $i \in N$ ,

- 1)  $A_i$  es un subconjunto no vacío.
- 2)  $\varphi_i : A \rightarrow A_i$  es una correspondencia que no depende de la  $i$ -ésima variable, de modo que  $\varphi_i(a_1, \dots, a_i, \dots, a_n) = \varphi_i(a_1, \dots, a_i, \dots, a_n)$  para todo  $a_i, a_i' \in A_i$ ;
- 3)  $P_i : A \times A_i \rightarrow A_i$  es una correspondencia extendida.
- 4)  $d : I \times A \rightarrow \cup_i A_i$  es una función.
- 5) (Ley fundamental).  $\forall_i \in I, \forall a \in A : d(i, a) \in \mu_i(a)$ , donde

$$\mu_i(a) = \{b_i \in \varphi_i(a) \mid P_i(a, b_i) \cap \varphi_i(a) \neq \emptyset\}$$

En el lenguaje ordinario, los axiomas anteriores se pueden expresar como sigue:

- (S1) Cada agente puede llevar a cabo alguna acción.
- (S2) Las acciones que puede llevar a cabo definitivamente un agente depende de las acciones que los otros agentes lleven a cabo.
- (S3) El espacio de preferencias asequibles para cada agente depende de las acciones que los otros agentes lleven a cabo.
- (S4) Cada agente toma una decisión ante cualquier conjunto de acciones de los demás agentes.
- (S5) Todo agente lleva a cabo una acción que maximiza sus preferencias dentro del conjunto factible determinado por las acciones de los demás agentes.

Claramente, aquí el concepto de dependencia no debe entenderse en un sentido epistémico, sino significando que los espacios de acciones asequibles a un agente dependen de las acciones de los demás agentes.

El concepto clave para formular los axiomas básicos de la economía neoclásica no es el de sistema neoclásico (definición 1), el cual no es esencialmente más que un espacio social que tiene un equilibrio, sino el de *economía*. Este concepto es definido por Debreu (1959) del modo que se especifica en la siguiente definición (llamo al tipo de estructura definido "economía de Debreu" no sólo porque dicho autor es uno de los más destacados exponentes, sino porque además habré de proceder más adelante para proponer una generalización de este concepto). Sea  $M = \{1, \dots, m\}$ .

**Definición 9.** Una *economía de Debreu* es una estructura

$$\mathfrak{D} = \langle (X_1, \succsim_1, \dots, (X_n, \succsim_n), Y_1, \dots, Y_n, w) \rangle$$

tal que, para todo  $i \in M$  y  $j \in N$ :

- 1)  $X_i$  es un subconjunto no vacío del espacio euclidiano  $\mathbb{R}^l$ ;
- 2)  $\succsim_i$  es un orden débil (una relación completa y transitiva) sobre  $X_i$ ;
- 3)  $Y_j$  es un subconjunto no vacío de  $\mathbb{R}^l$ ;
- 4)  $w \in \mathbb{R}^l$ .

$X_i$  es el conjunto de posibles canastas de consumo del consumidor

$i$  y  $\succsim_i$  es su relación de preferencia.  $Y_j$  es el conjunto de posibilidades de producción del productor  $j$ . El punto  $w$  representa los recursos iniciales totales de la economía.

La definición anterior presenta algunos problemas y carece de la generalidad requerida para constituir una formulación de los fundamentos de la economía neoclásica. En primer lugar, la condición de que las relaciones de preferencia sean órdenes débiles es demasiado restrictiva. En segundo lugar, lo que es más serio, Debreu no postula la ley fundamental que rige tales sistemas. La dificultad para formular la ley fundamental reside en que no hay suficiente estructura conceptual en la definición anterior como para definir las correspondencias de factibilidad. De hecho, estas correspondencias se pueden definir si se introducen términos adicionales como "sistema de precios" y "dotación inicial". Sin embargo, este procedimiento vela la estructura lógica del concepto general de economía, el cual requiere que las correspondencias de factibilidad sean tomadas como términos primitivos. Si ello se hace, el concepto de economía aparece claramente como un caso especial del concepto de sistema social. Ello se pone de manifiesto en la siguiente definición.

**Definición 10.** Una *economía* es una estructura

$$\mathfrak{E} = \langle X_1, \dots, X_m, Y_1, \dots, Y_n, \varphi_1, \dots, \varphi_{m+n}, P_1, \dots, P_{m+n}, d, w \rangle$$

tal que

$$\mathfrak{A} = \langle X_1, \dots, X_m, Y_1, \dots, Y_n, \varphi_1, \dots, \varphi_{m+n}, P_1, \dots, P_{m+n}, d \rangle$$

es un sistema social que satisface el siguiente axioma:

Si  $((x_i^*), (y_j^*))$  es un equilibrio de  $\mathfrak{A}$ , entonces

$$\sum_{i \in M} x_i^* - \sum_{j \in N} y_j^* \leq w$$

Un *estado* de la economía  $\mathfrak{E}$  es un  $m + n$ -tuplo  $((x_j), (y_j))$ , donde  $x_i$  y  $y_j$  son elementos del espacio de mercancías  $\mathbb{R}_j$ . Dado un estado  $((x_i), (y_j))$ , la *demanda neta* es  $x - y$ , donde  $x = \sum_{i \in M} x_i$  y  $y = \sum_{j \in N} y_j$ . La *demanda excedente* es  $x - y - w$ . Un *equilibrio de mercado* es un estado

cuya demanda excedente es menor o igual que el vector nulo, *i.e.*  $x - y - w \leq 0$ . Un estado realizable es un equilibrio de mercado  $((x_i), (y_j))$  cuyos consumos son factibles ( $x_i \in X_i$  para todo  $i \in M$ ) y cuyas producciones también lo son ( $y_j \in Y_j$  para todo  $j \in N$ ). Se ve entonces que lo que la ley fundamental de una economía requiere es que sus equilibrios sean precisamente estados realizables. Así, los axiomas básicos de la economía neoclásica resultarían ser S1 a S5 más S6:

(S6) *Los equilibrios del sistema son estados realizables; i.e., en equilibrio, los consumos y las producciones no rebasan los recursos totales iniciales y además los consumos y las producciones son efectivamente posibles para los agentes.*

Se concluye que ninguna estructura de la forma

$$\langle X_1, \dots, X_m, Y_1, \dots, Y_n, \varphi_1, \dots, \varphi_{m+n}, P_1, \dots, P_{m+n}, d, w \rangle,$$

que potencialmente podría ser utilizada para representar un sistema económico (una *economía potencial*), puede ser considerada como representándolo efectivamente mientras no se establezca que satisface las leyes fundamentales S5 y S6. La importancia metodológica y la relevancia del concepto de equilibrio radican precisamente en su función de distinguir entre el conjunto de las economías potenciales las que son efectivamente economías de pleno derecho (satisfacen las leyes fundamentales). Demostrar la existencia de un equilibrio para una economía potencial equivale por lo tanto a demostrar qué es, de hecho, una economía. En particular, demostrar la existencia de un equilibrio competitivo no es sino demostrar la existencia de estados realizables para economías de propiedad privada que satisfacen ciertas propiedades especiales.

El concepto de economía introducido (definición 10) está en plena consonancia con el concepto neoclásico de economía, por lo menos como lo presenta Arrow y Debreu en su importante artículo seminal de 1954, donde afirman que dicho concepto es una generalización del de juego:

The need for this generalization in the development of an abstract model of the economic system arises from the special position of the consumer. His "actions" can be regarded as alternative consumption vectors, but these are restricted by the budget restraint that the cost of the goods chosen at current prices not exceed their income. *But the prices and possibly some or all of the components of his income are determined by choices made by other agents. Hence, for a consumer, who is an agent in*

*the economic system, the function  $[\varphi_i(a)]$  must not be regarded as a constant.*<sup>6</sup>

En un artículo más reciente (1982), Debreu vuelve a definir el concepto de economía como un caso especial del concepto de sistema social (p. 703), por lo que parece justo dentro del espíritu de la economía neoclásica ver el concepto de economía como un caso especial del de sistema social paretiano. Cuando se dice que en un sistema económico neoclásico las acciones de un agente "no dependen" de las acciones de los demás agentes, se está enunciando una condición *epistémica*; a saber, que el agente se enfrenta a un espacio de acciones (precios, menús de consumo, procesos de producción) que está determinado por las acciones de los demás agentes, pero sin que ello signifique que el agente *necesariamente sabe cuáles fueron las acciones de los demás agentes*. Por ejemplo, cuando un productor encuentra un vector de precios en el mercado, ese vector de precios está determinado por las acciones de los demás agentes en conjunto, pero él no sabe (necesariamente) cuáles son dichas acciones. Por ello, Arrow y Debreu (1954) dicen que "un punto en equilibrio se caracteriza por la propiedad de que cada individuo está maximizando su pago, *dadas las acciones de los otros agentes, sobre el conjunto de acciones que se le permiten en vista de las acciones de los otros agentes*".<sup>7</sup> Pero no es que las acciones de los otros agentes estén necesariamente a la vista de un agente determinado: lo que está a la vista del agente es el conjunto de acciones que se le permiten dadas las acciones de los otros agentes. El concepto de economía que he introducido recoge, desde luego, el concepto "conjunto de acciones a la vista (*i.e.* *factibles*) para el agente  $i$  dadas las acciones de los otros agentes"; éste es precisamente el conjunto  $\varphi_i(a)$ . Pero *no* recoge el concepto "acciones de los otros agentes a la vista del agente  $i$ ", pues este concepto es irrelevante para la economía neoclásica. Desde luego, otra cuestión muy distinta es que el concepto de competencia perfecta requiere que la acción de cualquier conjunto finito de agentes, en términos de su disposición a comprar o vender a precios competitivos, tenga un efecto negligible sobre dichos precios. Pero como Brown y Robinson señalaron,

Clearly this cannot be the case for any finite economy, but perfect competition is a meaningful concept for an economy having  $\omega$  traders,

<sup>6</sup> Para los productores  $j$ , la función  $\varphi_j$  es constantemente igual a  $Y_j$ . El énfasis es mío.

<sup>7</sup> El énfasis y la traducción son míos.

where  $\omega$  is an infinite integer, and where the endowment for each trader relative to that of the whole economy is infinitesimal.<sup>8</sup>

La demostración de resultados como la existencia de la competencia perfecta o la conjetura de Edgeworth requiere técnicas matemáticas de análisis no estándar o los métodos introducidos por Aumann (1964) para economías infinitas. Un problema abierto en filosofía de la ciencia es el de encontrar un aparato conceptual común, dentro del que sea posible hablar de economías finitas, infinitas y no estándar. Pero éste es un problema que debe dejarse para otra ocasión. La resolución de este problema debe incluir una discusión de la gran cantidad de modelos "neoclásicos" existentes y mostrar que todos ellos no son sino casos especiales de un concepto global de economía neoclásica. Espero que el presente trabajo motive una mayor discusión para este efecto.

### Referencias bibliográficas

- Arrow, K. J. y G. Debreu (1954), "Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy", *Econometrica*, núm. 22, pp. 265-290.
- Aumann, R. J. (1964), "Markets with a Continuum of Traders", *Econometrica*, núm. 32, pp. 39-50.
- Bongiorno, A. y A. Livingston (1935), *The Mind and Society*, Nueva York, 4 vols.
- Brown, D. J. y A. Robinson (1975), "Nonstandard Exchange Economies", *Econometrica*, núm. 43, pp. 41-56.
- Debreu, G. (1959), *Theory of Value*, New Haven, Yale University Press. [Traducción al castellano: *Teoría del valor*, Barcelona, Antoni Bosch, 1973.]
- (1982), "Existence of a Competitive Equilibrium", en K. J. Arrow y M. D. Intriligator (comps.), *Handbook of Mathematical Economics II*, Amsterdam, North-Holland.
- Dooyeweerd, H. (1986), *A Christian Theory of Social Institutions*, Jordan Station, Paideia Press.
- Vilks, A. (1992), "A Set of Axioms for Neoclassical Economics and the Methodological Status of the Equilibrium Concept", *Economics and Philosophy*, núm. 8, pp. 51-82.

<sup>8</sup> Brown y Robinson (1975), p. 42.

## Reformas tributarias en América Latina 1978-1992: un análisis comparativo

Flavia Rodríguez

*Abstract:* This paper analyzes the efforts made in the tax field in Latin America and gives an overview of some of the fiscal reforms that have been implemented in the region, highlighting their common features and pointing out the differences among them. It also looks into the impact they have had on the public finance of the nations involved.

A common feature found in the reforms of the sampled countries is their aim to simplify taxes, eliminating the unproductive ones. These have led to increased efficiency and neutrality of the tax system and helped in tax administration, upgrading the quality of human resources and automating information systems.

Concerns remain about the reduction in overall equity of the tax systems. Gains in tax revenues have been modest, not surpassing 3% of GDP in the best of the cases.

Los últimos 15 años han observado una revolución en la forma en que los países de América Latina enfocan el papel del Estado en la economía. Prácticamente en todos los países de la región se han realizado, de una u otra manera, reformas fiscales más o menos amplias y se han privatizado, o están siendo privatizadas, un gran número de empresas públicas.

Este trabajo analiza el esfuerzo que se ha hecho en América Latina en materia tributaria y revisa algunas de las reformas fiscales llevadas a cabo en la región, destacando sus características comunes o aquellas que las hacen diferentes entre sí. Además, se estudia el efecto que éstas han tenido en las finanzas públicas de las naciones que las han emprendido.

Con este objetivo, se utiliza una muestra de seis países: Colombia y México, que fueron los pioneros de las reformas (el primero dio sus primeros pasos en la década de 1960, y el segundo, a principios de la