

# Una propuesta para hacer más eficiente el IPC de la BMV

## Un modelo con reversión a la media para la flotación relativa

Salvador Cruz Aké, Reyna Susana García Ruiz  
y Francisco Venegas-Martínez\*

Fecha de recepción: 28 de mayo de 2012; fecha de aceptación: 19 de junio de 2013.

*Resumen:* En este trabajo se desarrollan dos propuestas metodológicas para el cálculo del factor de flotación del índice de precios y cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). La primera supone que el factor de flotación (*free float factor*) es aproximado mediante la normalización de la flotación diaria de cada título, mientras que la segunda usa la flotación relativa diaria del mercado. En ambos casos, el factor de flotación es simulado mediante una variable con reversión a la media similar a la propuesta en el modelo de Cox, Ingersoll y Ross (1985). Las metodologías aquí planteadas subsanan la imposibilidad de replicar el IPC debido a los elementos de confidencialidad que actualmente tiene el factor de flotación. Además, el factor de flotación propuesto puede actualizarse instantáneamente, dada la naturaleza de los modelos desarrollados. En el trabajo se muestra que las ponderaciones de las emisoras, calculadas con las metodologías formuladas, son sustancialmente diferentes de las proporcionadas por la BMV al aplicar su factor de flotación, el cual contiene componentes discrecionales de información difícil de verificar.

*Palabras clave:* mercados de capitales, índices bursátiles, modelos con reversión a la media.

### ***A Proposal to Make the Float Factor of the Mexican Stock Market Index more Efficient: A Mean Reversion Model for Relative Flotation***

*Abstract:* This paper develops two methodological approaches for calculating the float factor of the stock market index (IPC) of the Mexican stock market (BMV). The first one assumes that the free float factor is approximated by the normalization of the daily market rotation of each title, while the second one uses the relative daily market rotation. In both cases, the float factor is simulated by a variable with mean reversion similar to the one proposed in Cox, Ingersoll and Ross' model (1985). The methodologies we have established here remedy the inability to repli-

---

\*Salvador Cruz Aké, salvador.ake22@gmail.com, investigador; Reyna Susana García Ruiz, grreinas@yahoo.com.mx, investigadora; Francisco Venegas Martínez, fvenegas1111@yahoo.com, investigador; Escuela Superior de Economía (ESE), Instituto Politécnico Nacional (IPN). México, D.F.

cate the IPC because of the elements of confidentiality that the float factor currently has. Moreover, the proposed flotation factor can be updated instantly given the nature of the developed models. The paper shows that the weights of the firms in the IPC, calculated by using the formulated methodologies, are substantially different from those provided by the BMV when applying its flotation factor, which contains discretionary components of information difficult to verify.

*Keywords:* capital markets, stock market indexes, models with mean reversion.

*Clasificación JEL:* H54, C43 y C65.

## Introducción

Los negocios, como cualquier otra actividad realizada en grupo, están basados en la confianza mutua entre las partes, la cual deriva de la claridad y transparencia de las reglas y la información compartida entre ellas. Estas condiciones, necesarias mas no suficientes, se vuelven más importantes conforme aumentan el tamaño y la complejidad de las organizaciones, llevándolas a complicados *corpus* normativos que pueden estar sancionados por una autoridad superior a la del grupo.

Uno de los ejemplos más claros de estas organizaciones de negocios basadas en la confianza, la claridad en las reglas y un complejo esquema normativo son los mercados de capitales. Estas organizaciones tienen por norma general hacer pública gran parte de las metodologías usadas en la valuación de activos, formación de precios, cálculo del valor de las posiciones, cálculo de márgenes y, en general, cualquier indicador a su interior útil tanto para los participantes como para las autoridades del mercado. Esta compulsión por hacer transparentes todos los procesos nace del objeto mismo de la organización, a saber, la asignación eficiente de recursos y la transferencia de riesgos entre agentes económicos.

Como indicadores de información general sobre la dinámica y el desarrollo de los mercados de capitales, se han creado índices que resultan de especial interés para sus participantes (existentes o potenciales). Muestra de ello es la existencia de índices de los mercados en el ámbito mundial o bien para conjuntos de activos que comparten alguna característica, —*v.g.*, una región, un sector industrial o la profundidad del mercado—. De hecho, la construcción y publicación de estos índices se ha convertido en uno de los asuntos de mayor atención por parte de las autoridades financieras.

Al igual que la estructura y las reglas de los mercados, la construcción de los índices del comportamiento de los precios obedece a diferentes necesidades y, por lo tanto, a diferentes metodologías de construcción. En algunos casos se desea enfatizar el pago de dividendos (u otros derechos) de las

acciones que lo componen, en otros casos se destaca la liquidez y, en otros más, la capitalización del mercado.

En el caso del índice de precios y cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), su principal objetivo es reflejar cambios en el valor de capitalización de las acciones en manos libres. Es decir, reflejar el valor de los títulos de capital que efectivamente pueden ser negociados en la bolsa (esto, por supuesto, elimina la posibilidad de incorporar los cruces; se trata de un mercado primario), de aquí la importancia de la reciente incorporación de un factor de flotación en el cálculo del índice. Por lo tanto, se puede definir al factor de flotación<sup>1</sup> como un número entre cero y uno que refleja la cantidad de acciones disponibles para ser comercializadas en mercado abierto y que están disponibles para cualquier inversionista.

Ésta no es una cuestión menor en el caso de un mercado de poca profundidad como el mexicano, pues gran cantidad de títulos en manos fijas<sup>2</sup> es contabilizada para el cálculo del índice, lo que, de hecho, contamina (sobrealúa) el valor del mercado “líquido”; *i.e.*, del mercado efectivamente operado día con día en la bolsa, alterando con ello la *verdadera* composición del índice y, por lo tanto, la participación dentro de él de las empresas que lo conforman.

La adopción de un factor de flotación dinámico y replicable, como el propuesto en este trabajo, implica además de un rebalanceo del índice, una mejor medición de la capitalización y volatilidad del mercado. En efecto, la construcción diaria del factor de flotación (tanto relativa como absoluta) garantiza que el valor del índice refleje únicamente las acciones efectivamente operables en el día, lo que pondera los cambios en el precio por su actividad en el mercado. Esto resulta en una mejor medición tanto del cambio en los precios promedio del mercado, como de su volatilidad.

La forma en que las nuevas observaciones cambian el valor del factor de flotación propuesto será tratada más adelante, por el momento sólo diremos que aunque el factor propuesto cambia día con día, el tratar con una esperanza condicional (fruto de la calibración econométrica propuesta) hace que el cambio sea relativamente lento, pero siempre reflejando la actividad del mercado, lo cual aporta un balance entre la persistencia de mediano plazo que da el factor actual y el dinamismo de una calibración diaria. Este dinamismo surge del hecho de que para una emisora el número de

---

<sup>1</sup> Así lo efectúa Standard & Poor's (2010) en su documento metodológico sobre la construcción de índices.

<sup>2</sup> La definición de acciones en manos fijas se especificará a detalle posteriormente.

acciones realmente disponible en mercado es el que efectivamente se negoció o bien que, aunque no fueron operadas ese día, sí son susceptibles de serlo si el precio lo amerita;<sup>3</sup> pues la medida de disponibilidad de las acciones va más allá de lo que actualmente se considera *manos fijas*. Un ejemplo de esto es un inversionista privado con una estrategia de *comprar y mantener*. En este caso, las acciones del inversionista privado son consideradas *libres* de acuerdo con la metodología actual, aunque evidentemente no serán parte del mercado sino hasta que sean vendidas por este inversionista.

A fin de justificar un poco más la conveniencia de contar con un factor de flotación dinámico que refleje la actividad y la liquidez reales del mercado, se plantea una situación en donde un fondo de inversión, cuyas acciones son calificadas en *manos fijas*, decide vender un paquete accionario de algún título dando un empuje sustancial tanto al precio como a la cantidad de acciones disponibles. Éstas no se verán reflejadas en el factor de flotación sino hasta la siguiente actualización dada por la bolsa, tiempo durante el cual causarán una subestimación tanto del nivel del índice como de la volatilidad asociada al exceso de liquidez.

En cualquier caso, la inclusión de algún título en un índice conlleva no sólo prestigio para la empresa emisora, sino importantes mejoras en el financiamiento de la empresa, dado el monitoreo público, lo cual a su vez mejora el desempeño en beneficio de los accionistas. Para más detalles sobre este tema véase Denis *et al.* (2003). Del mismo modo, Dhillon y Johnson (1991) o Jain (1987) han mostrado evidencia empírica que sugiere que la inclusión de una emisora en un índice equivale a una “certificación” que aumenta los flujos de efectivo futuros. Por último es importante mencionar que Hegde y McDermott (2003), Chen, Noronha y Singal (2004) y Chordia (2001) estudian cómo esta certificación conlleva el aumento en la liquidez en las emisoras del S&P500.

En conclusión, la adecuada construcción de un índice implica una medición eficiente de la liquidez, el premio al riesgo y, en general, los parámetros de mercado (ponderaciones, razones, múltiplos, tendencias, etc.) que servirán como base para la toma de decisiones de los inversionistas y, con ello, de la economía en general, *i.e.*, como un sistema de señalización que redundará en una mayor profundidad y transparencia del mercado. Al respecto, Gaston Gelos y Wei (2005) y Johnson *et al.* (2000) han mostrado empíricamente la relación entre la transparencia de los mercados y la participación de inversionistas extranjeros en ellos. En su trabajo, estos auto-

<sup>3</sup> De aquí la necesidad de usar el valor de convergencia calibrado propuesto en el trabajo.

res hacen patente que la transparencia, la cual incluye la replicabilidad y oportunidad de la información, es un elemento indispensable de decisión para la inversión en momentos de alta volatilidad.

Cuando la complejidad y la heterogeneidad de los mercados de capitales aumentan, es necesario encontrar una forma de transformar las oleadas de información en observaciones completas y simples. Éste es el espíritu y principal razón de ser de los números índice: representar en un solo número alguna de las muchas cualidades y cantidades, generalmente liquidez y precios, del entorno que resulta de interés para el observador.

En el cálculo actual del IPC existen varios aspectos metodológicos que podrían ser mejorados en cuanto a su factor de flotación, por ejemplo: la exogeneidad de dicho factor, la imposibilidad de incorporar cambios recientes en los volúmenes de operación, la dificultad de verificar la información que proporcionan las emisoras y, en muchos casos, la obsolescencia de la información. Asimismo, el factor de flotación es estático (se mantiene durante un año), excepto que ocurran eventos relevantes, y su cálculo se basa en información (no siempre verificable) del año anterior y, en el mejor de los casos, del semestre anterior. Además este factor de flotación es confidencial (no es información pública y no se advierte, en el corto plazo, que deje de serlo), lo cual no permite a los participantes del mercado replicar el índice. Esto constituye un obstáculo para la transparencia del mismo. El factor de flotación es reevaluado periódicamente (actualmente un año y en breve se reducirá a un plazo menor) por la BMV con información de las propias emisoras, lo cual impide que el IPC incorpore cambios en los volúmenes operados en periodos cortos. Esto implica que un factor fijo o semifijo como el actual podría no capturar eficazmente el cambio de un grupo de títulos de manos fijas a flotante o viceversa, lo que de hecho debería ser el objetivo del factor propuesto. Así, el actual factor no considera las participaciones observadas en periodos cortos (imposible hacerlo así diariamente) de cada activo en el mercado.

En lo que sigue se proponen algunas mejoras a varios de estos aspectos a partir de una metodología abierta y replicable. En particular, la metodología aquí propuesta desarrolla un factor de flotación dinámico (en tiempo real) y replicable, cuyos parámetros se ajustan con observaciones de mercado. Dicho factor expresa de manera eficiente la liquidez del mismo suministrando ponderaciones más realistas para las emisoras, y además mantiene la propiedad de reversión (regreso) a la proporción promedio de las operaciones del mercado respecto del total de títulos registrados. A fin de modelar adecuadamente esta proporción, ésta se tratará como una va-

riable aleatoria que toma valores alrededor de una proporción promedio en el largo plazo (por la aleatoriedad con la que los agentes rebalancean sus portafolios). En conclusión, el factor de flotación propuesto es calibrado a partir de los volúmenes negociados en el mercado, buscando preservar la propiedad de reversión a la media. La construcción de este factor será explicada a detalle en la sección II.

Una vez establecida la importancia de la replicabilidad de un índice de capitalización de mercado tanto para los accionistas como para la economía en general, es necesario hacer una breve revisión de las propiedades deseables de un índice, así como posibles metodologías para alcanzarlas, lo cual se hará en la primera sección del trabajo. En la segunda sección, se hará un breve análisis de los efectos de la incorporación del factor de flotación<sup>4</sup> en un índice de capitalización de mercado y su modelado, a través de una variable con reversión a la media, como lo propuesto por Cox, Ingersoll y Ross, CIR (1985), el cual tiene la peculiaridad de dar valores no negativos, tal y como debe ser un factor de flotación. Con estos elementos en mano a lo largo de la tercera sección del documento se abordará una ilustración del modelado del factor de flotación, concluyendo con la cuarta y última parte del artículo.

## I. Propiedades deseables de un índice bursátil con factor de flotación

A pesar de lo relativamente simple que parece ser la fórmula de un índice, éste debe cumplir con un complicado cuerpo axiomático, no siempre coherente en su interior, que garantiza la representatividad, utilidad y comparabilidad del mismo. A continuación se hace un breve resumen de este cuerpo axiomático (para mayores detalles, véanse Balk, 1995; Eichhorn y Voeller, 1983). El análisis de los números índice parte de considerar un agregado,  $A$ , de un número finito de objetos,  $N$ , los cuales son ordenados de manera arbitraria. El agregado,  $A$ , tiene asociados, al tiempo  $t$ , un vector de precios,  $p^t = (p_1^t, \dots, p_N^t)^T$ , un vector de factores de flotación,  $f^t = (f_1^t, \dots, f_N^t)^T$ , y otro vector del número total de títulos<sup>5</sup>  $x^t = (x_1^t, \dots, x_N^t)^T$ . Con estas cantidades se define un número índice<sup>6</sup> respecto de un periodo base ( $t = 0$ ), a saber:

<sup>4</sup> *Free float factor* en inglés.

<sup>5</sup> En ambos casos, los vectores deben ser transpuestos, de ahí el supra índice "T".

<sup>6</sup> En su trabajo, Balk establece que cada objeto dentro del índice tiene cuatro cantidades observables independientes entre sí; éstas son los precios y cantidades originales y comparadas. De ahí el dominio de  $4N$ . Los signos positivos obedecen a la no negatividad de precios y cantidades.

$$I : R_{++}^{6N} \rightarrow R_{++},$$

$$(p^t, f^t, x^t, p^{t'}, x^{t'}, p^{t'}) \mapsto I(p^t, f^t, x^t, p^{t'}, x^{t'}, p^{t'}). \quad (1)$$

En el caso del índice de precios y cotizaciones (IPC), la transformación usada involucra el uso de un índice similar a un índice de Laspeyres. Esto es, un índice de la forma

$$I_t = I_{t-1} \left( \frac{\sum_i p_{i,t} f_{i,t} x_{i,t}}{\sum_i p_{i,t-1} f_{i,t-1} x_{i,t-1}} \right), \quad (2)$$

equivalentemente

$$I_t = I_0 \left( \frac{\sum_i p_{i,t} f_{i,t} x_{i,t}}{\sum_i p_{i,0} f_{i,0} x_{i,0}} \right). \quad (3)$$

donde  $I_0$  es arbitrario. El divisor en (2) puede ser modificado a fin de garantizar la continuidad del índice cuando la composición del índice cambia por alguna fusión, escisión, quiebra, incorporación, eliminación, inclusión, cambio en el número de acciones disponibles (equivalente a la incorporación de un factor de flotación)<sup>7</sup> o algún otro evento (relevante corporativo que redunde en el índice. Para más detalles, véase el documento de las matemáticas de la familia de índices de S&P (2009). El cambio de divisor en el índice propuesto en (2) es introducido a fin de mantener, en la medida de lo posible, la comparabilidad y continuidad del índice a pesar de los cambios corporativos y de mercado que inexorablemente ocurren con el paso del tiempo. Otras propiedades deseables son: monotonicidad, homogeneidad lineal, identidad, homogeneidad de grado cero, conmesurabilidad, transitividad y reversibilidad (véanse, Fisher, 1922; Schoch y Wagener, 1984).

<sup>7</sup> Se dice que tiene un efecto similar al de un cambio del número de acciones, pues el factor de flotación es un número entre cero y uno que varía de acuerdo con el número de acciones libres en el mercado, lo que *de facto* “quita o pone” acciones en cada momento de ajuste del índice.

## II. El factor de flotación visto como una variable aleatoria con reversión a la media

El factor de libre flotación<sup>8</sup> surge como una adecuación a los índices de capitalización tradicionales (como un estándar internacional) para incluir la liquidez y el premio al riesgo. Este factor busca reflejar la participación de cada empresa en el mercado efectivamente operado durante un cierto periodo, el cual es previamente definido por las autoridades del propio mercado.

Actualmente, el factor de flotación en los índices S&P se obtiene mediante la razón entre el número de acciones en manos flotantes y el número total de acciones registradas. Este cociente es actualizado cada año<sup>9</sup> por el comité encargado del mantenimiento del índice, según la metodología publicada por Standard and Poor's (2009), uno de los pioneros en la aplicación de este factor de ajuste. Para lo que sigue, es importante definir el concepto acciones flotantes. Éstas son todas aquellas que no entran la siguiente clasificación:<sup>10</sup>

1. Acciones de una emisora que son mantenidas por otras empresas públicas, firmas de capital de riesgo, compañías privadas u otros grupos mercantiles.
2. Acciones mantenidas por entidades de cualquier gobierno.
3. Acciones mantenidas por directores, empleados, fundadores de la empresa o familiares de éstos.
4. Acciones mantenidas por fondos de pensiones, fundaciones, fideicomisos, planes para empleados, u algún fideicomiso asociado o controlado por la emisora.
5. Acciones dadas en garantía como colateral en un contrato; *v.g.*, compra apalancada de otro activo.
6. Acciones mantenidas como subyacente de un derivado.

Esta clasificación obedece no sólo al criterio de inmovilidad de los títulos, sino también a un criterio de facilidad en la obtención de la información.

<sup>8</sup> *Free Float Factor*.

<sup>9</sup> Algún(os) factor(es) de flotación específico(s) puede(n) modificarse antes de la reunión ordinaria del comité revisor del índice si, a juicio del mismo, las condiciones de mercado o algún evento extraordinario (relevante) así lo exigen.

<sup>10</sup> Aunque las autoridades de cada mercado son independientes entre sí, las recomendaciones de S&P y otras agencias similares se toman como "mejores prácticas" y, por lo tanto, se adoptan y adaptan, con pocos cambios en muchos mercados.

En efecto, el documento publicado por S&P (2010), en el que se detalla la metodología sugerida para el cálculo de este factor de flotación, incluye las acciones mantenidas por fondos de inversión privados, bancos, planes de inversión o retiro privados, compañías de seguros o fundaciones privadas aun cuando estos agentes económicos, en general, mantienen sus portafolios durante largos periodos. La explicación dada por S&P está centrada en la imposibilidad de conocer el momento en que dichos agentes rebalanciarán sus portafolios y con ello regresarán estas acciones al mercado efectivo.

Por la razón anterior, el factor de flotación propuesto resulta esencial, pues calcula la flotación del periodo asociado a la muestra como el valor estimado de convergencia de largo plazo,  $b$ , del modelo CIR (esto se explicará más adelante). Esto le da la estabilidad de un estimador GMM (también explicado más adelante) y la capacidad de adaptación del remuestreo diario propuesto; además de un estimado de velocidad de ajuste a la media,  $a$ . En ambos casos el factor propuesto sirve como estimador (dadas las condiciones de mercado) del efecto promedio del rebalanceo sobre el mercado, así como de su velocidad de ajuste una vez que éste ocurre.

Según la metodología propuesta por S&P, la información sobre la propiedad de cada título por parte de los agentes de control deberá obtenerse de la información que las propias empresas proveen al mercado, dejando a la empresa el monopolio de la información, lo que crea un fuerte problema de agente principal y, por ende, de confianza. Un posible paliativo para este problema de información es el uso de la información contenida en la cámara de compensación<sup>11</sup> de cada mercado, aunque esto no resuelve el problema de las tenencias de largo plazo que, en última instancia, tienen un efecto similar a las acciones en manos fijas sobre la liquidez del mercado.

Ante estas deficiencias, se desarrolla un método de cálculo del factor de flotación,  $f$ , que, basado en datos públicos de mercado, permitirá replicar el análisis hecho por la bolsa. Esta capacidad de análisis y predicción regresará a los participantes del mercado la previsión de mediano y largo plazo, generando con ello parte de la confianza requerida para el correcto funcionamiento del mecanismo de asignación de recursos y riesgos que conlleva un mercado de valores o derivados.

---

<sup>11</sup> A grandes rasgos, una cámara de compensación y liquidación es una entidad ajena al mercado organizado que mantiene el registro sobre la propiedad de los títulos y derechos de los participantes.

En este punto radica la principal aportación de este trabajo, pues considera al factor de flotación diario como un proceso estocástico,<sup>12</sup> no negativo, con reversión a la media para dos clases distintas de rotaciones diarias por título, lo que, prácticamente, es una descripción de un modelo similar al propuesto por Cox, Ingersoll y Ross, CIR (1985). En los siguientes párrafos se explicará la elección de este modelo y su relación con factor de flotación, el cual en última instancia es un ajuste que busca caracterizar la parte proporcional de los títulos efectivamente comerciables en el mercado. Por lo tanto, estará restringido al intervalo cerrado unitario, *i.e.*,  $f \in [0, 1]$ . En otras palabras,  $f$  puede ser visto como una variable aleatoria que modela la flotación.

Tal y como se explicó previamente, una de las razones por las que títulos en poder de algunos agentes económicos con posiciones de largo plazo —*v.g.*, los fondos de pensiones privados o compañías de seguros— son contabilizados dentro de las acciones flotantes por la imposibilidad práctica de conocer el momento en el que estos agentes comerciarán los títulos en su poder, aumentando con ello, momentáneamente, la cantidad de títulos flotantes, aunque esta regresará a sus niveles habituales una vez que haya pasado este reajuste.<sup>13</sup> He aquí la principal razón para suponer que la variable aleatoria de flotación tiene una reversión a la media de largo plazo,  $b$ , a una velocidad,  $\alpha$ , dada por la capacidad de absorción del mercado por unidad de tiempo,  $dt$ . Ambos parámetros, calculados a partir de datos observados, conforman la parte determinista del modelo.

La parte estocástica del modelo, provista por la imprevisibilidad de los reajustes (rebalanceos) de cartera de agentes con tenencias de largo plazo, está dada por un movimiento browniano,  $dW_t$ , amplificado por una volatilidad constante,  $\sigma$ , la cual es parametrizada junto con las otras partes deterministas del modelo  $a$  y  $b$ . El movimiento browniano utilizado implica que estas perturbaciones en el volumen no presentan saltos, y esto responde al efecto de *buffer* de los hacendados de mercado.<sup>14</sup> No obstante, los saltos bruscos e inesperados pueden ser modelados con procesos

<sup>12</sup> Este supuesto se debe a que no se conoce el momento en que las acciones de estos fondos regresarán al mercado líquido después de haber estado fijas durante largos periodos.

<sup>13</sup> Por lo general, dado su tamaño, los reajustes de portafolio de estos agentes económicos son paulatinos. Esto lo hacen con el fin de no alterar demasiado el precio de mercado.

<sup>14</sup> Estos participantes del mercado *suavizan* algunos movimientos abruptos en el volumen, al entrar con sus propios inventarios como proveedores de liquidez cuando existen desbalances de corto plazo.

de Poisson u otros más sofisticados, como los procesos de Lévy.<sup>15</sup> En ambos casos, el tamaño del salto puede ser conducido por una distribución de valores extremos (Fréchet para saltos hacia arriba y Weibull para saltos hacia abajo). Esto, sin duda, proporcionaría un mejor modelado del factor de flotación, pero a cambio se tendría mayor complejidad en el análisis. Por ello, la presente investigación se apega, por el momento, al principio de parsimonia, manteniendo la simplicidad del modelo hasta donde se puedan obtener resultados adecuados en una primera aproximación.<sup>16</sup> El uso del movimiento browniano,  $dW_t$ , implica un supuesto de continuidad aunque no de normalidad en las estimaciones del factor de flotación, pues  $\sqrt{f_t}$ , que aparece como factor de  $dW_t$ , induce una distribución chi cuadrada no central,<sup>17</sup> cuyos efectos e implicaciones serán tratadas más adelante. Para más detalles, véanse Cox, Ingersoll y Ross (1985), y Brigo y Mercurio (2001).

La no negatividad del modelo de Cox, Ingersoll y Ross está garantizada por la inclusión de  $\sqrt{f_t}$ , junto con la volatilidad que amplifica el browniano. Esta propiedad resulta crucial en la elección del modelo de simulación, pues garantiza la inexistencia de rotaciones negativas que invalidarían por completo el modelado, lo que resulta en un modelo adecuado para la dinámica del factor instantáneo de flotación de un título. Así pues, el factor instantáneo de flotación de un título es conducido por la siguiente ecuación diferencial estocástica

$$df = a(b - f_t)dt + \sigma\sqrt{f_t}dW_t. \quad (4)$$

La inclusión de saltos requeriría incorporar del lado derecho de la ecuación anterior un término adicional con un proceso de Poisson u otro proceso de saltos. Las dos propuestas de caracterización para el factor de flotación surgen de calibrar un modelo CIR a dos distintas formas de flotación de los títulos incluidos en el IPC. La primera es tomar el cociente de los volúmenes diarios de operación,  $V_t$ , entre el total de acciones registradas,  $v_t$ , por la empresa al día del cálculo,  $t$ . Esto lleva a una flotación absoluta de la forma

<sup>15</sup> La literatura sobre saltos es muy amplia; se destacan los trabajos de Cox y Ross (1976), Ball y Torous (1985), Page y Sanders (1986), Cao (2001) y Chandrasekhar Reddy Gukhal (2004), entre otros.

<sup>16</sup> Por supuesto, esto invita a realizar futuras extensiones del modelo. Sin duda, para el caso del mercado mexicano, esta línea de investigación tiene que considerarse seriamente.

<sup>17</sup> La chi cuadrada no central es una distribución versátil capaz de englobar los factores de flotación de títulos de muy distinta bursatilidad, cuya moda y media se trasladan en función del parámetro de no centralidad y de los grados de libertad parametrizados mediante el método generalizado de momentos.

$$f_a = \frac{V_t}{v_t}. \quad (5)$$

Esta flotación diaria es absoluta y ofrece una gran simplicidad en su cálculo, a la vez que permite apreciar la profundidad de mercado de cada título accionario al usar únicamente datos inherentes a la empresa.

La segunda forma de cálculo de esta flotación diaria es denominada flotación relativa,  $f_r$ , y surge del cociente del volumen diario de operación de la acción,  $V_t$ , entre el total de acciones, operadas por todas las emisoras en el índice a lo largo del día,  $N_t$ . Esta conceptualización lleva a una flotación de la forma

$$f_r = \frac{V_t}{N_t}. \quad (6)$$

Esta flotación relativa atenúa el efecto de los movimientos bruscos del mercado, vistos éstos como un conjunto, al comparar los volúmenes individuales contra el comportamiento del mercado asociado al día de observación,  $t$ . Al mismo tiempo, la flotación relativa proporciona al observador una mejor perspectiva de los movimientos de control de una acción específica al tomar como un valor aberrante (*outlier*) los movimientos de recomposición de agentes de poca o nula movilidad; es decir, los repentinos saltos en la liquidez de algún título.

Esta metodología, propia de la ecología, está ampliamente documentada en trabajos como los de Underhill y Prys-Jones (1994), Kirby y Mitchell (1993). Incluso los efectos de una simulación en la construcción de índices basados en datos inciertos o estocásticos están documentados en trabajos de esta ciencia, *v.g.* Crawford (1991), o Geissler y Noon (1981). Resulta importante destacar que el tratamiento propuesto para la simulación del factor de flotación no entra en contradicciones con los tratamientos hechos en estos trabajos. Incluso en ellos se propone el uso de *bootstrapping* para simular las proporciones de aves que regresan al lugar de observación, la misma idea puede ser usada en el futuro con el factor de flotación de los índices de capitalización.<sup>18</sup>

<sup>18</sup> Este procedimiento será viable cuando la existencia de varias observaciones (a lo largo del tiempo) del factor de flotación de una acción permita el remuestreo requerido por la técnica.

Aunque a primera vista las estimaciones basadas en cualquiera de las formas sugeridas por (5) o (6) generan residuales heteroscedásticos,<sup>19</sup> y esto invalida el uso de cualquier prueba de hipótesis bajo los supuestos estándar, el tratamiento como serie de tiempo y la normalización usada en el cálculo del factor de flotación propuesto en la propia metodología renormaliza los resultados de una manera similar a la que las correcciones econométricas tradicionales lo harían (al estar asociados con la cantidad de acciones en bolsa o el volumen diario operado). Esto elimina cualquier problema de heteroscedasticidad en la calibración.<sup>20</sup> Asimismo, al usar un ajuste del divisor del índice como el detallado en las ecuaciones (2) y (3), éste no implicará un cambio en el valor del índice, únicamente en la composición del mismo, y por lo tanto en su trayectoria futura, manteniendo con ello las propiedades del índice enumeradas en la primera sección del trabajo. Por lo tanto, no se requiere un periodo de transición en el cálculo del índice;<sup>21</sup> este ajuste puede ser hecho de un día al siguiente.

El uso de un factor de flotación como el propuesto en este trabajo busca mantener un estricto apego a la liquidez de cada título en la composición del índice, por lo que es posible que grandes empresas altamente concentradas en manos fijas sean menos representativas con el uso de esta metodología, lo que para un mercado poco profundo como el mexicano podría representar un fuerte reacondo del índice. Independientemente de este reacondo, se puede concebir a esta metodología para el cálculo del factor de flotación como una nueva medida de la liquidez de mercado de un título dentro de su mercado de referencia. Futuras investigaciones deberán ahondar en este aspecto de la metodología.

### III. Factor de flotación del IPC modelado mediante CIR

Después de hacer un breve análisis sobre las implicaciones técnicas y teóricas del uso de la metodología propuesta para el cálculo del factor de flotación,  $f$ , además de sus bondades y limitaciones respecto de la actualmente usada, se vuelve imperativo revisar la evidencia empírica sobre las

---

<sup>19</sup> Esto sucede porque las estimaciones están asociadas con la cantidad de acciones en bolsa o el volumen diario operado.

<sup>20</sup> El aumento de la varianza al paso del tiempo surge de la naturaleza del movimiento browniano del modelo CIR y su interacción con  $\sqrt{f}$ .

<sup>21</sup> El periodo de transición necesario para que todos los agentes económicos involucrados conozcan la nueva metodología sería similar a los que ya se han visto en otros cambios metodológicos.

posibles consecuencias en la composición del índice de la misma. Para ello, se toman datos diarios, desde el 1 de junio de 2009 hasta el 23 de junio de 2011, de los volúmenes de operación de 22 de las acciones que conforman el IPC. El criterio de selección de las empresas usadas en la simulación fue la disponibilidad de datos en el periodo analizado y la representatividad actual en el índice. Todos los datos<sup>22</sup> usados son públicos y fueron obtenidos de la página de finanzas de *Yahoo*.<sup>23</sup>

La composición actual del índice fue tomada de un boletín emitido y publicado por la propia BMV en su página en la red. En el cuadro 1 se muestra que se cubre 90.11 por ciento del índice actual a lo largo de 522 días de operación efectiva, poco más de dos años, lo que confiere al trabajo de la estabilidad numérica y confiabilidad necesarias para realizar inferencia estadística.

Con el fin de parametrizar las ecuaciones diferenciales estocásticas que se supone siguen los factores de flotación de cada uno de los títulos en el cuadro 1, se usó una serie de regresiones,<sup>24</sup> una por cada título, a través del método generalizado de momentos (GMM) de la siguiente forma:

$$f_{t+1} = \beta_0 + \beta_1 f_t + \sqrt{f_t} \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2), \quad (7)$$

donde  $\beta_0 = ab$  y  $\beta_1 = 1 - a$ . En este caso, la regresión por MGM está sujeta a tres restricciones, a saber:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t &= 0, \\ \sum_{t=1}^n \varepsilon_t \varepsilon_{t-1} &= 0, \\ \sum_{t=1}^n (\varepsilon_t^2 - r_t \sigma^2) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

La elección del GMM está basada, principalmente, en la ausencia de supuestos sobre la distribución de los errores. De esta forma, se elude el

<sup>22</sup> En el caso de las acciones emitidas o en flotación, se entendió por billón la cifra de 10<sup>9</sup>.

<sup>23</sup> Los datos se obtuvieron de Economía y Yahoo Finance, <http://finance.yahoo.com/>; en esta última son públicos y gratuitos.

<sup>24</sup> Estas regresiones y el conjunto de datos usados están a disposición de los lectores interesados a vuelta de correo electrónico; se omiten en el cuerpo del trabajo por cuestión de espacio.

**Cuadro 1. Composición y factores de flotación del IPC de la BMV al 31 de mayo de 2011**

<i>Núm.</i>	<i>Emisora</i>	<i>Serie</i>	<i>Acciones inscritas en BMV</i>	<i>Acciones en el índice en BMV</i>	<i>%</i>	<i>% Acumulado</i>	<i>Acciones inscritas según Yahoo</i>	<i>Acciones flotantes según Yahoo</i>
1	AMX	L	27469947530	17644408946	24.8	24.81	39850000000	11530000000
2	Walmex	V	17836196546	7134478618	11.6	36.4	17850000000	5350000000
3	G. México	B	7785000000	3892500000	7.45	43.85	7780000000	3810000000
4	Femsa	UBD	2161177770	2161177770	7.12	50.97	1850000000	2709000000
5	Televisa	CPO	2399093922	2399093922	5.97	56.94	2780000000	2180000000
6	Cemex	CPO	10190514812	10190514812	4.69	61.63	1040500000	1010000000
7	G. F. Norte	O	2326357782	1744768337	4.34	65.97	2330000000	1770000000
8	Alfa	A	533693500	533693500	4.11	70.08	533690000	290790000
9	G. Finbur	O	3333513974	1000054192	2.78	72.86	3330000000	921050000
10	Peñoles	*	397475747	119242724		72.86	ND	ND
11	Telmex	L	9819708196	4909854098	2.35	75.21	18080000000	5720000000
12	Bimbo	A	4703200000	1881280000	2.34	77.55	4700000000	1840000000
13	G. Modelo	C	631952620	631952620	2.15	79.7	3230000000	631960000
14	Elektra	*	241974153	72592246	1.79	81.49	241900000	61740000
15	Kimber	A	550663175	550663175	1.73	83.22	1060000000	543980000
16	M. Frisco	A-1	2552750000	765825000		83.22	ND	ND
17	Mexichem	*	1800000000	720000000	1.5	84.72	1800000000	169380000
18	G. Carso	A1	2301994500	690598350	1.3	86.02	2300000000	473220000

**Cuadro 1.** Composición y factores de flotación del IPC de la BMV al 31 de mayo de 2011 (continuación)

Núm.	Emisora	Serie	Acciones inscritas en BMV	Acciones en el índice en BMV	%	% Acumulado	Acciones inscritas según Yahoo	Acciones flotantes según Yahoo
19	Comparc	*	1 615 071 452	1 211 303 589		86.02	ND	ND
20	ICA	*	642 867 560	642 867 560	0.85	86.87	641 880 000	566 490 000
21	URBI	*	976 445 286	732 333 965	0.82	87.69	976 440 000	21 481 000
22	GAP	B	476 850 000	357 637 500	0.78	88.47	561 000 000	329 240 000
23	LAB	B	1 052 749 426	526 374 713		88.47	ND	ND
24	GEO	B	549 442 784	549 442 784	0.7	89.17	549 440 000	464 720 000
25	Azteca	CPO	2 078 347 413	1 558 760 560		89.17	ND	ND
26	Homex	*	335 820 050	251 865 038	0.53	89.7	335 330 000	228 150 000
27	Soriana	B	1 800 000 000	248 100 971	0.41	90.11	1 800 000 000	251 860 000

Fuente: BMV (2011a) y Yahoo (<http://finance.yahoo.com/>; fecha de consulta: junio de 2011). ND: No disponible.

posible sesgo por normalidad que mínimos cuadrados ordinarios (MCO) hubiera introducido en los factores de flotación que por naturaleza son no negativos. Para más detalles sobre la estimación usando GMM, véanse Venegas-Martínez (2008), Chan *et al.* (1992), Lamoureux y Witte (2002), y Olsárová (2005).

La elección del GMM obedece a la forma de la distribución resultante del modelo CIR. En su trabajo original, Cox, Ingersoll y Ross (1985) resaltan que su modelo sigue una distribución chi cuadrada no central. Esta distribución no vive en el mundo normal, un supuesto erróneo de normalidad conllevaría a estimadores sesgados, mientras que un algoritmo de máxima verosimilitud<sup>25</sup> restringiéndolo a los momentos muestrales de los datos es más adecuado. Por esta razón, se utilizan estimadores GMM, los cuales pueden verse como estimadores semiparamétricos dado que se ajustan a las condiciones, dadas en (8), sobre los momentos de la muestra<sup>26</sup> suponiendo una distribución específica (Hansen, 1982).

Una vez obtenidos los parámetros de la regresión GMM, se deducen los parámetros deterministas (valor de largo plazo,  $b$ , y velocidad de ajuste,  $a$ ) mostrados en (4), a partir de los cuales se calculan los factores de flotación absoluto y relativo. Resulta importante aclarar que estos parámetros son estimadores puntuales y que, al igual que cualquier estimador econométrico, son esperanzas condicionales que incorporan paulatinamente nuevos datos en función de la matriz de ponderadores del método GMM.

Dado que el método propuesto consiste en tomar el valor de ajuste de largo plazo,  $b$ , como base para el cálculo del factor de flotación, la metodología propuesta muestra la estabilidad propia de una esperanza condicional donde la muestra cambia poco a poco (se propone una muestra histórica diaria de dos años<sup>27</sup>) con la capacidad de adaptación que el remuestreo diario ofrece (al cambiar la matriz de ponderadores del GMM para ajustar los momentos muestrales). Esto implica que el cambio ocasionado por el factor de ajuste propuesto será paulatino y robusto, en el mediano plazo, a la aparición de extremos en el volumen comercializado. Esta característica garantiza que la volatilidad presentada en el índice no es provocada por el cambio en el factor de flotación, pero que cambios en el volumen afectarán de inmediato al factor.

---

<sup>25</sup> Las distribuciones chi cuadrada hechas en paquetes econométricos estándar se suponen centradas.

<sup>26</sup> Esto implica que cumplen con minimizar una serie de normas hasta de orden  $n$  de los datos.

<sup>27</sup> La muestra puede acortarse para hacerlo más sensible a los cambios en volumen. Se eligieron dos años de datos por ser éste el tiempo estándar de análisis en riesgos de mercado.

En el cuadro 2 se muestran los parámetros obtenidos, a partir de las regresiones, para cada título siguiendo ambas metodologías de flotación planteadas en las ecuaciones (5) y (6).

Es importante aclarar que el valor de  $r_0$  está dado por la última flotación conocida en el periodo, mientras que  $\sigma$  está dada por la volatilidad de la variable dependiente en la regresión usando GMM. Los parámetros  $a$  y  $b$  representan la velocidad de ajuste de la reversión a la media y el valor del factor de flotación en el largo plazo, tal y como se especifico en (4).

Es en este momento cuando se hacen patentes las diferencias entre las dos metodologías propuestas. La primera, la flotación absoluta, modela la tasa instantánea de flotación diaria del título comparándola contra el total de acciones de la empresa; es decir, contra el tamaño total del volumen posible.<sup>28</sup> Con ello, se está modelando, *de facto*, la capacidad de control que tienen los accionistas “no fijos” sobre la empresa y la representatividad del precio en función del porcentaje de la firma que es comercializado, lo que representa una medida de liquidez del mercado.

En la metodología propuesta, dada la ignorancia sobre el comportamiento de algunas acciones flotantes, se recurre a una normalización de los factores de flotación absoluta obtenidos tomando al más alto de ellos como valor de referencia (uno) y estableciendo una proporción para el resto. De esta forma, se reduce cualquier problema de heteroscedasticidad introducido por el uso de distintos tamaños de mercado para cada acción.

Por otra parte, en la flotación relativa, la normalización se hace desde el momento mismo del cálculo de los factores de flotación, pues éstos se obtienen al comparar el volumen de cada empresa con el volumen total operado ese día.<sup>29</sup> Por lo tanto, la flotación relativa muestra la participación que cada acción tiene, en el largo plazo, en el movimiento total del mercado, dejando de lado el tamaño total del mismo. En el cuadro 3 se muestran las ponderaciones del índice bajo las metodologías propuestas, así como su posición en el índice y valor ajustado usando una tabla de ajuste similar a la mostrada en la circular emitida por la BMV (2011b) referente al factor de flotación (cuadro 4).

Es en este momento cuando se pueden obtener algunas variantes no significativas sobre los factores propuestos, pues se puede aplicar esta fracción, por construcción menor a uno, a las flotaciones dadas por las compañías (usadas actualmente como factores de flotación), de tal manera que

<sup>28</sup> De ahí los valores de largo plazo,  $b$ , tan pequeños.

<sup>29</sup> Por lo tanto, la suma de las rotaciones diarias suma uno; no así sus valores de largo plazo.

**Cuadro 2.** Parametrizaciones para el modelo de variable aleatoria tipo CIR de cada factor de flotación

Título	Flotación absoluta					Flotación relativa				
	$r_0$	$a$	$b$	$\sigma$	$r_0$	A	$b$	$\Sigma$		
AMX	0.0010381029	0.789636	0.00121702	0.00053042	0.2422616175	0.753797	0.38484101	0.081668		
Walmex	0.0004581737	0.762494	0.00088804	0.00041272	0.0478943448	0.82614	0.10291234	0.03958		
G. México	0.0033000129	0.830433	0.00248665	0.00094399	0.1505266604	0.787255	0.16143816	0.050506		
Femsa	0.0000974054	0.820475	0.00016576	0.00012158	0.0010552872	0.845694	0.00252101	0.001543		
Televisa	0.0016689928	0.818665	0.00206189	0.0011995	0.0271715960	0.764126	0.05439286	0.017785		
Cemex	0.0469001442	0.898573	0.03307021	0.01719274	0.2857802098	0.831316	0.28813472	0.08454		
G.F. Norte	0.0000542060	0.544369	0.00019472	0.00196799	0.0007396380	0.711836	0.0018951	0.017793		
Alfa	0.0036519328	0.87216	0.00196294	0.00089991	0.0114137335	0.884546	0.00766721	0.003914		
G. F. Inbur	0.0003308408	0.859623	0.00050487	0.00035792	0.0064517754	0.900901	0.01199799	0.009509		
Telmex	0.0007522069	0.891923	0.0005931	0.00061231	0.0796437322	0.83326	0.08531911	0.043928		
Bimbo	0.0000731064	0.86329	0.00022704	0.00026629	0.0020121903	0.820846	0.00879702	0.004821		
G. Modelo	0.0003196594	0.786903	0.00079298	0.00031085	0.0060465263	0.771443	0.02058091	0.010406		
Elektra	0.0004175279	0.908887	0.00070526	0.00065697	0.0005914762	0.854744	0.0017046	0.002645		
Kimber	0.0006604717	0.950583	0.00089419	0.0005099	0.0040999255	0.788506	0.01083949	0.00454		
Mexchem	0.0016921111	0.774419	0.00201958	0.00071996	0.0178368135	0.887054	0.02505935	0.013373		
G. Carso	0.0003879130	0.892992	0.00044121	0.00029393	0.0052249015	0.787482	0.00794177	0.004371		
ICA	0.0170672088	0.752025	0.00830956	0.00237777	0.0641552549	0.785923	0.04082843	0.02922		
URBI	0.0028484085	0.838617	0.00242781	0.00167302	0.0162878486	0.82614	0.10291234	0.03958		
GAP	0.0009467023	0.757221	0.0019281	0.00128213	0.0031102277	0.673281	0.01002108	0.004446		
GEO	0.0066662420	0.731167	0.00716526	0.00510972	0.0214495032	0.62727	0.03622364	0.020982		
Homex	0.0018086661	0.837079	0.00373322	0.00330646	0.0035517852	0.711342	0.01386654	0.007087		
Soriana	0.0002721667	0.751356	0.00059226	0.00038182	0.0028689523	0.671474	0.00857516	0.004881		

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 3.** Factores de flotación según diversas metodologías y posiciones en el índice resultantes

Título	Actual			Flotación absoluta			Flotación relativa		
	Ponderador	Lugar en índice	Ponderador bruto	Lugar en índice	Valor ajustado	Ponderador bruto	Lugar en índice	Valor ajustado	
AMX	0.28933501	1	0.03680099	11	0.05	0.38484101	16	0.4	
Walmex	0.29971989	2	0.02534122	13	0.05	0.10291234	22	0.05	
G. México	0.48971722	3	0.07519318	5	0.05	0.16143816	7	0.16143816	
Femsa	0.14643243	4	0.00501229	22	0.05	0.00252101	17	0.05	
Televisa	0.78417266	5	0.06234896	7	0.05	0.05439286	21	0.05	
Cemex	0.97068717	6	1	1	1	0.28813472	1	0.3	
G. F. Norte	0.75965665	7	0.0058881	21	0.05	0.0018951	12	0.05	
Alfa	0.54486687	8	0.05935682	9	0.05	0.00766721	13	0.05	
G. Finbur	0.27659159	9	0.01526668	18	0.05	0.01199799	5	0.05	
Telmex	0.31637168	11	0.01793458	16	0.05	0.08531911	18	0.05	
Bimbo	0.39148936	12	0.00686535	20	0.05	0.00879702	9	0.05	
G. Modelo	0.19565325	13	0.02397874	14	0.05	0.02058091	14	0.05	
Elektra	0.25522943	14	0.02132609	15	0.05	0.0017046	10	0.05	
Kimber	0.51318868	15	0.02703908	12	0.05	0.01083949	11	0.05	
Mexchem	0.0941	17	0.06106942	8	0.05	0.02505935	19	0.05	
G. Carso	0.20574783	18	0.01334172	19	0.05	0.00794177	15	0.05	
ICA	0.88254814	20	0.25127036	2	0.3	0.04082843	4	0.05	
URBI	0.21999304	21	0.0734137	6	0.05	0.10291234	2	0.05	
GAP	0.58688057	22	0.0530331	10	0.05	0.01002108	6	0.05	
GEO	0.84580664	24	0.21666803	3	0.2	0.03622364	3	0.05	
Homex	0.68037456	26	0.11288769	4	0.05	0.01386534	20	0.05	
Soriana	0.13992222	27	0.01790924	17	0.05	0.00857516	8	0.05	

Fuente: Elaboración propia.

se “eliminan” aquellas en manos de inversionistas de largo plazo cuando éstos están fuera del mercado, reincorporándolos si entran al mismo.

Se dice que estas variantes no son significativas, pues resultarían en tomar una fracción de la fracción original de acciones flotantes actualmente usadas, por lo que una modificación en el divisor del índice borraría cualquier alteración, tal y como lo hace con el actual factor de flotación.

**Cuadro 4.** Redondeo para el cálculo del *float* usado en el IPC de la BMV

<i>Float reportado</i>	<i>Porcentaje tomado para la ponderación dentro del índice</i>
<del 15%	5
> 15 a 19.99%	El reportado
> 20 a 29.99%	30
> 30 a 39.99%	40
> 40 a 49.99%	50
> 50 a 74.99%	75
> 75 a 100%	100

Fuente: BMV (2011b) (<http://www.bmv.com.mx/>).

En los cuadros anteriores se ha usado la flotación de largo plazo, *b*, en ambas metodologías para calcular el factor de ponderación y posición en el cálculo del IPC, dado que éste es el valor teórico determinista al cual tenderán todas las rotaciones. Aunque la volatilidad y el ruido generado por el browniano pueden alterar, en el corto plazo, estos valores, se hace el supuesto de que estas contaminaciones son no correlacionadas y de media cero.

A continuación se muestran simulaciones de las posibles trayectorias para el IPC de la BMV suponiendo que el índice es construido siguiendo las metodologías propuestas. Es importante aclarar que para ello se supuso que los rendimientos de los activos, necesarios en la construcción de los índices, siguen un movimiento geométrico browniano con tendencia de la forma

$$\frac{dp_i}{p_i} = \mu_i dt + \sigma_i dW_t, \tag{9}$$

donde  $\mu_i$  representa la tendencia determinista del precio, por simplicidad se supone la tasa libre de riesgo crédito (curva de ceros),  $r_f$ . Del mismo

**Cuadro 5.** Parámetros usados en la simulación del IPC usando factores de flotación basados en flotación absoluta

Título	A	B	r <sub>0</sub>	Σ	r	S <sub>0</sub>	V <sub>0</sub>	σ <sub>s</sub>	Outstanding
AMX	0.789636	0.00121702	0.0010381	0.00053042	0.045	24.75	80444900	0.08346469	3.985E+10
Walmex	0.762494	0.00083804	0.00045817	0.00041272	0.045	39	8936200	0.05943667	1.785E+10
G. México	0.830433	0.00248665	0.00330001	0.00094399	0.045	13.17	15822900	0.42845931	7780000000
Femsa	0.820475	0.00016576	9.7405E-05	0.00012158	0.045	53.94	92500	0.10776573	1850000000
Televisa	0.818665	0.00206189	0.00166899	0.0011995	0.045	46.96	3839100	0.10519394	2780000000
Cemex	0.898573	0.03307021	0.04690014	0.01719274	0.045	14.3	29838500	0.07935327	1040500000
G. F. Norte	0.544369	0.00019472	5.4206E-05	0.00196799	0.045	10.72	4876100	1.35149921	2330000000
Alfa	0.87216	0.00196294	0.00365193	0.00089991	0.045	37.78	310000	0.76063523	533690000
G. F. Inbur	0.859623	0.00050487	0.00033084	0.00035792	0.045	38.59	378700	0.11330442	3330000000
Telmex	0.891923	0.0005931	0.00075221	0.00061231	0.045	9.65	2709100	0.07570925	1.808E+10
Bimbo	0.86329	0.00022704	7.3106E-05	0.00026629	0.045	71.27	1647700	0.38168386	4700000000
G. Modelo	0.786903	0.00079298	0.00031966	0.00031085	0.045	44.68	1701900	0.0704414	3230000000
Elektra	0.908887	0.00070526	0.00041753	0.00065697	0.045	692	17800	0.04266743	241900000
Kimber	0.950583	0.00089419	0.00066047	0.0005099	0.045	47.94	384300	0.06869538	1060000000
Mexchem	0.774419	0.00201958	0.00169211	0.00071996	0.045	15.85	1050000	0.26645557	1800000000
G. Carso	0.892992	0.00044121	0.00038791	0.00029393	0.045	38.34	245900	0.40725277	2300000000
ICA	0.752025	0.00830956	0.01706721	0.00237777	0.045	26.4	637500	0.08222913	641880000
URBI	0.838617	0.00242781	0.00284841	0.00167302	0.045	19.11	604200	0.09597186	976440000
GAP	0.757221	0.0019281	0.0009467	0.00128213	0.045	27.02	863000	0.14381223	561000000
GEO	0.731167	0.00716526	0.00666624	0.00510972	0.045	23.3	1285500	0.21331907	549440000
Homex	0.837079	0.00373322	0.00180867	0.00330646	0.045	61.85	430700	0.13626187	335330000
Soriana	0.751356	0.00059226	0.00027217	0.00038182	0.045	27.81	145200	0.09099476	1800000000

Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo (<http://finance.yahoo.com/>, obtenidos durante junio de 2011).

**Gráfica 1.** Simulación del IPC con divisor ajustado, 1 realización (f. absoluto)



*Fuente:* Elaboración propia con datos de *Yahoo* (<http://finance.yahoo.com/>), obtenidos durante junio de 2011) y algoritmo de simulación propio.

modo, se supone que la volatilidad del rendimiento de cada activo está dada por  $\sigma_i$ , la cual se supone no correlacionada con ningún otro activo, por lo que se puede suponer una matriz de correlaciones consistente con la matriz identidad.<sup>30</sup>

A fin de hacer lo más explícito posible el proceso de simulación,<sup>31</sup> en el cuadro 5 se muestran los parámetros usados en la simulación de los factores de flotación basados en la metodología de flotación absoluta.

Al tomar como base los parámetros anteriores se obtienen las simulaciones mostradas en las siguientes gráficas.<sup>32</sup>

<sup>30</sup> Este supuesto simplificador no afecta sustancialmente los resultados del trabajo sobre los factores de ponderación; únicamente la trayectoria de los precios. El uso del método de Cholesky dota al índice simulado de una estructura de dependencia basada en una distribución normal multivariada.

<sup>31</sup> El algoritmo usado está a disposición de los lectores interesados a vuelta de correo electrónico.

<sup>32</sup> Se omiten los resultados para 100 mil simulaciones, ya que únicamente queda la tendencia.

**Gráfica 2.** Simulación del IPC sin ajuste de divisor, 1 realización (f. absoluto)

*Fuente:* Elaboración propia con datos de *Yahoo* (<http://finance.yahoo.com/>), obtenidos durante junio de 2011) y algoritmo de simulación propio.

En las gráficas anteriores (todas de realización propia) es posible observar que las simulaciones realizadas, tomando como factor de flotación la flotación absoluta normalizada, presentan un comportamiento muy similar al que tradicionalmente ha presentado el índice. Incluso sin el ajuste de divisor requerido por la metodología, el comportamiento de las simulaciones se repite fielmente en un nivel menor al previo.

A continuación se presentan simulaciones típicas, basadas en el mismo algoritmo. En el cuadro 6 se presentan, nuevamente los parámetros usados.

Tomando como base estos parámetros, se obtienen las siguientes simulaciones.<sup>33</sup>

En estas gráficas (de elaboración propia con datos de Yahoo) también es posible observar un comportamiento muy similar entre todas las simulaciones, aunque en distintos niveles si no se ajusta el divisor. Es decir, la inclusión del nuevo factor de flotación no requiere un periodo de ajuste, pues el cambio de divisor lo concatena al resto de la muestra.

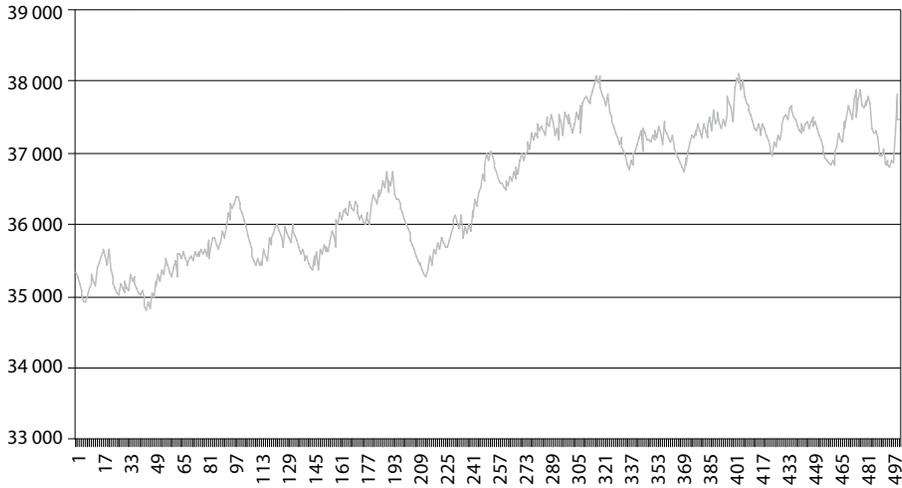
<sup>33</sup> Se omiten los resultados para 100 mil simulaciones, ya que únicamente queda la tendencia.

**Cuadro 6.** Parámetros usados en la simulación del IPC usando factores de flotación basados en flotación relativa

Título	A	b	r <sub>0</sub>	Σ	r	S <sub>0</sub>	V <sub>0</sub>	σ <sub>s</sub>	Outstanding
AMX	0.753797	0.38484101	0.242226162	0.081668	0.045	24.75	80444900	0.08346469	3.985E+10
Walmex	0.82614	0.10291234	0.04789434	0.03958	0.045	39	8936200	0.05943667	1.785E+10
G. México	0.787255	0.16143816	0.15035266	0.050506	0.045	13.17	15822900	0.42845931	7780000000
Femsa	0.845694	0.00252101	0.00105529	0.001543	0.045	53.94	92500	0.10776573	1850000000
Televisa	0.764126	0.05439286	0.0271716	0.017785	0.045	46.96	3839100	0.10519394	2780000000
Cemex	0.831316	0.28813472	0.28578021	0.08454	0.045	14.3	29838500	0.07935327	1040500000
G.F.Norte	0.711836	0.0018951	0.00073964	0.017793	0.045	10.72	4876100	1.35149921	2330000000
Alfa	0.884546	0.00766721	0.01141373	0.003914	0.045	37.78	310000	0.76063523	533690000
G. F. Inbur	0.900901	0.01199799	0.00645178	0.009509	0.045	38.59	378700	0.11330442	3330000000
Telmex	0.83326	0.08531911	0.07964373	0.043928	0.045	9.65	2709100	0.07570925	1.808E+10
Bimbo	0.820846	0.00879702	0.00201219	0.004821	0.045	71.27	1647700	0.38168386	4700000000
G. Modelo	0.771443	0.02058091	0.00604653	0.010406	0.045	44.68	1701900	0.0704414	3230000000
Elektra	0.854744	0.0017046	0.00059148	0.002645	0.045	692	17800	0.04266743	241900000
Kimber	0.788506	0.01083949	0.00409993	0.00454	0.045	47.94	384300	0.06869538	1060000000
Mexchem	0.887054	0.02505935	0.01783681	0.013373	0.045	15.85	1050000	0.26645557	1800000000
G. Carso	0.787482	0.00794177	0.0052249	0.004371	0.045	38.34	245900	0.40725277	2300000000
ICA	0.785923	0.04082843	0.06415525	0.02922	0.045	26.4	637500	0.08222913	641880000
URBI	0.82614	0.10291234	0.01628785	0.03958	0.045	19.11	604200	0.09597186	976440000
GAP	0.673281	0.01002108	0.00311023	0.004446	0.045	27.02	863000	0.14381223	561000000
GEO	0.62727	0.03622364	0.0214495	0.020982	0.045	23.3	1285500	0.21331907	549440000
Homex	0.711342	0.01386534	0.00355179	0.007087	0.045	61.85	430700	0.13626187	335330000
Soriana	0.671474	0.00857516	0.00286895	0.004881	0.045	27.81	145200	0.09099476	1800000000

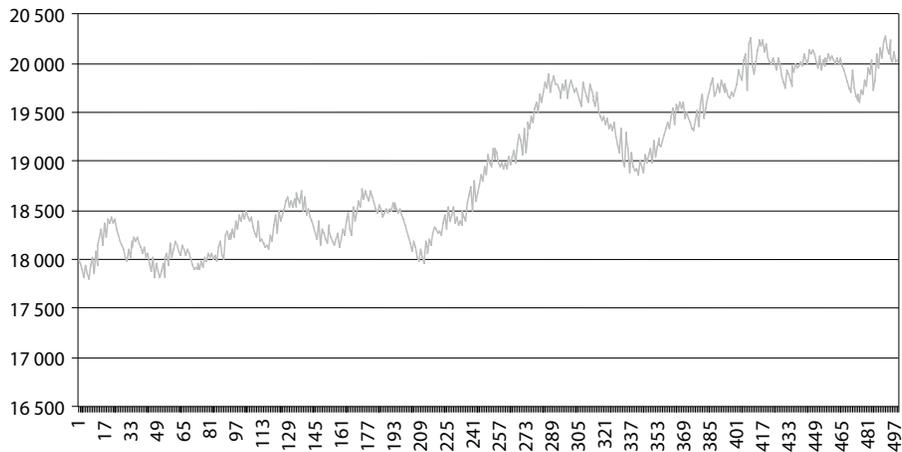
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo (<http://finance.yahoo.com/>, obtenidos durante junio de 2011).

**Gráfica 3.** Simulación del IPC con ajuste de divisor, 1 realización (f. relativo)

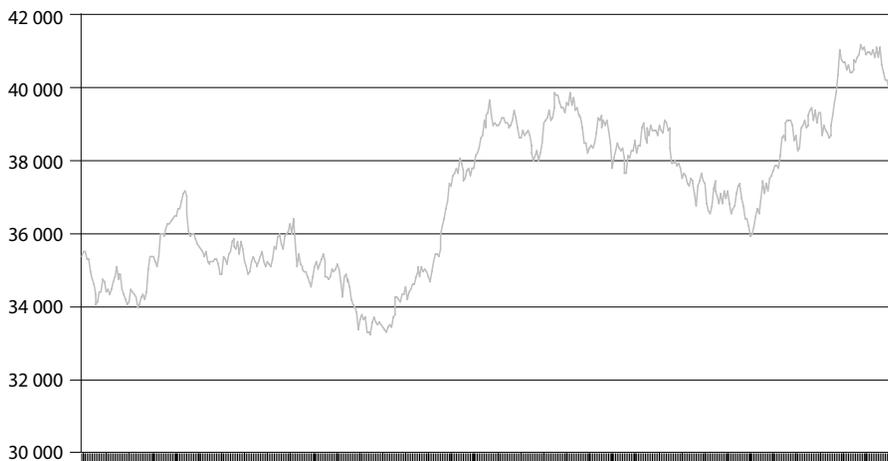


Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo (<http://finance.yahoo.com/>, obtenidos durante junio de 2011) y algoritmo de simulación propio.

**Gráfica 4.** Simulación del IPC sin ajuste de divisor, 1 realización (f. relativo)



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo (<http://finance.yahoo.com/>, obtenidos durante junio de 2011) y algoritmo de simulación propio.

**Gráfica 5.** Simulación del IPC sin factor de flotación, 1 realización

*Fuente:* Elaboración propia con datos de Yahoo (<http://finance.yahoo.com/>), obtenidos durante junio de 2011) y algoritmo de simulación propio.

En particular, es posible observar que el índice sin factor de flotación y con el factor de flotación ajustado por el divisor, tal y como indica la metodología de S&P, son muy similares en tendencia y volatilidad, aunque con realizaciones ligeramente distintas dadas por el factor de flotación. Esto muestra empíricamente que la aplicación del factor de flotación (en cualquiera de las variantes) propuesto no afecta sustancialmente ni la tendencia ni la volatilidad del índice, aunque sí cambia la importancia de los distintos títulos en la conformación del índice.

Además, en las gráficas anteriores se muestra que el índice ajustado por los factores de flotación propuestos (ajustados por el divisor) refleja de una forma más fidedigna el valor de capitalización del “mercado libre” al hacer patente la verdadera profundidad del mercado de cada título y la importancia de éste en relación tanto con el mercado completo (con el factor relativo) como con a la tenencia de acciones (el factor absoluto).

Antes de continuar, es necesario aclarar que, por simplicidad, se supuso que las fuentes de incertidumbre de los precios eran no correlacionadas y carentes de cualquier forma de salto. Este supuesto no afecta radicalmente los resultados del trabajo, pues éste está enfocado en nuevas propuestas de construcción para los factores de flotación de tal forma que se reflejen la entrada y la salida del mercado de algunos agentes con portafolios de lar-

go plazo. Por último, es importante destacar que en las simulaciones, el ajuste del divisor permite hacer cambios en el índice aun cuando los factores de flotación han cambiado.

#### **IV. Conclusiones**

A lo largo de este trabajo, se ha demostrado que la inclusión de un factor de flotación que mantenga la aditividad del índice no afecta la construcción del mismo dado el ajuste de divisor que acompaña cualquier cambio en el factor de flotación. Lo anterior no implica que esta clase de índices de precios cumplan con los axiomas o pruebas de transitividad, reversibilidad, invertibilidad, entre otros, que la literatura especializada ha desarrollado para comprobar la utilidad de estos indicadores.

La diferencia radical entre los factores de flotación obtenidos mediante la metodología de S&P y la propuesta en este trabajo hace patente la importancia de agentes económicos de gran peso que participan en el mercado mexicano, *v.g.*, fondos de pensiones, aseguradoras o bancos, los cuales captan gran parte de los títulos comerciables y que, a pesar de ser contabilizados como acciones flotantes, permanecen estáticos dada la estrategia de inversión de largo plazo, usualmente de dos o tres años, de estos agentes.

Como otro producto de este trabajo, se puede pensar en el factor de flotación absoluto como una medida alternativa de liquidez global de mediano plazo del mercado de cada título, pues capta la dimensión real de su disponibilidad para comercializar. Del mismo modo, se sugiere el uso del factor de flotación relativo para el cálculo del IPC aun cuando el mercado sea poco profundo.

La principal consecuencia de la aplicación de los factores de flotación es su impacto en las ponderaciones en el índice. Como se muestra en el trabajo, la mayoría mantiene una representatividad menor a 5 por ciento, lo que hace cuestionable su participación cuando existen grandes concentraciones en la construcción del mismo.

Aunque la razón principal del ajuste del índice mediante un factor de flotación es la adecuada medición del mercado activo, la definición de acciones flotantes limita severamente la consecución de ese objetivo. Más aún, el procedimiento para calcularlo preguntando a las empresas puede generar dudas sobre la representatividad del índice.

Evidentemente, las propuestas no son las únicas alternativas para la construcción de los factores de flotación. Quedan como posibles líneas de investigación la inclusión de una estructura de dependencia no normal en

las rotaciones usadas para los factores, las cuales podrían mejorar el desempeño de estos factores en condiciones de estrés. Del mismo modo, queda en la agenda de investigación la construcción de factores de flotación basados en la metodología *bootstrapping*, similares a los usados en los índices de observación de aves.

Otra posible línea de investigación es la construcción de otros modelos con reversión a la media en la simulación de los factores de flotación, así como el uso de mejores bases de datos que incluyan los movimientos de cartera (o sus porcentajes) de algunos de los principales participantes del mercado. Esta información deberá ser pública a fin de mantener, en la medida de lo posible, la transparencia dentro del mercado. Tal y como se dijo al inicio del trabajo, la confianza es uno de los pilares sobre los que se sustenta el mercado, por lo que es labor inaplazable de sus autoridades, participantes y público transparentar la operación.

## Referencias bibliográficas

- Balk, B. M. (1995), "Axiomatic Price Index Theory: A Survey", *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 63 (1), pp. 69-93.
- Ball, C. A. y W. N. Torous (1985), "On Jumps in Common Stock Prices and Their Impact on Call Option Pricing", *Journal of Finance*, 40 (1), pp. 155-173.
- Bolsa Mexicana de Valores SAB de CV (2011a), "Ajuste a la tabla de redondeo de *float* utilizada en el IPC para efectos de ponderación de las emisoras de la muestra de dicho indicador, México", 9 de junio.
- \_\_\_\_\_ (2011b), "Ponderación oficial de inicio para el Tercer Rebalanceo Trimestral de Muestras de los Índices de la BMV del 1 de junio de 2011, Ajuste por fusión de Arca-Contal, México", 31 de mayo.
- Brigo, D. y F. Mercurio (2001), "A Deterministic-Shift Extension of Analytically Tractable and Time-Homogeneous Short Rate Models", *Finance & Stochastics*, 5 (3) pp. 369-388.
- Cao, M. (2001), "Systematic Jump Risks in a Small Open Economy: Simultaneous Equilibrium Valuation of Options on the Market Portfolio and the Exchange Rate", *Journal of International Money and Finance*, 20 (2), pp. 191-218.
- Chan, K. C., G. A. Karolyi, F. A. Longstaff y A. B. Sanders (1992), "An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate", *Journal of Finance*, 47, pp. 1209-1227.
- Chandrasekhar Reddy Gukhal, C. R. (2004), "The Compound Option Ap-

- proach to American Options on Jump-Diffusions”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28 (10), pp. 2055-2074.
- Chen, H., G. Noronha y V. Singal (2004), “The Price Response to S&P 500 Index Additions and Deletions: Evidence of Asymmetry and a New Explanation”, *The Journal of Finance*, 59 (4), pp. 1901-1929.
- Chordia, T. (2001), *Liquidity and Returns: The Impact of Inclusion into the S&P 500 Index*, Working Paper, Emory University.
- Cox, J. C. y S. Ross (1976), “The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes”, *Journal of Financial Economics*, 3 (1-2), pp. 145-166.
- Cox, J. C., J. E. Ingersoll y S. A. Ross (1985), “A Theory of the Term Structure of Interest Rates”, *Econometrica*, 53 (2), pp. 363 -384.
- Crawford, T. J. (1991), “The Calculation of Index Numbers from Wildlife Monitoring Data”, en J. B. Goldsmith (ed.), *Monitoring for Conservation and Ecology*, Londres, Chapman and Hall, pp. 225-248.
- Denis, D., J. McConnell, A. Ovtchinnikov y Y. Yu (2003), “s&P 500 Index Additions and Earnings Expectations”, *Journal of Finance*, 58 (5), pp. 1821-1840.
- Dhillon, U. y H. Johnson (1991), “Changes in the Standard and Poor’s 500 List”, *Journal of Business*, 64, pp. 75-86.
- Eichhorn, W. y J. Voeller (1983), “Axiomatic Foundation of Price Indexes and Purchasing Power Parities”, en W.E. Diewert y C. Montmarquette (eds.), *Price Level Measurement*, Ottawa, Statistics Canada. Reimpreso en *Price Level Measurement*, W. E. Diewert, (1990), Ámsterdam.
- Fisher, I. (1922), *The Making of Index Numbers*, Boston, Houghton Mifflin.
- Gaston Gelos, R. y S. Wei (2005), “Transparency and International Portfolio Holdings”, *The Journal of Finance*, 60 (6), pp. 2987-3020
- Geissler, P. H. y Noon, B. R. (1981), “Estimates of Avian Population Trends from the North American Breeding Bird Survey”, *Studies in Avian Biology*, 6, pp. 42-51.
- Hansen, L. P. (1982), “Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators”, *Econometrica*, 50 (4), pp. 1029-1054.
- Hegde, S. y J. McDermott (2003), “The Liquidity Effects of Revisions to the S&P 500 Index: An Empirical Analysis”, *Journal of Financial Markets*, 6 (3), pp. 413-459.
- Jain, P. C. (1987), “The Effect on Stock Price of Inclusion in or Exclusion from the S&P 500”, *Financial Analyst Journal*, 43 (1), pp. 58-65.
- Johnson, S., P. Boone, A. Breach y E. Friedman (2000), “Corporate Governance in the Asian Financial Crisis”, *Journal of Financial Economics*, 58 (1-2), pp. 141-186.

- Kirby, J. S. y C. Mitchell (1993), "Distribution and Status of Wintering Shovelers *Anas Clypeata* in Great Britain", *Bird Study*, 40 (3), pp. 170-180.
- Lamoureux, C. G. y H. D. Witte (2002), "Empirical Analysis of the Yield Curve: the Information in the Data Viewed Through the Window of Cox, Ingersoll and Ross", *Journal of Finance*, 57 (3), pp. 1479-1520.
- Olsárová, L. (2005), "Quantitative Comparison of Calibration Methods for Interest Rate", *Journal of Electrical Engineering*, 56 (12), pp. 110-112.
- Page, F. H. y A. B. Sanders (1986), "A General Derivation of the Jump Process Option Pricing Formula", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 21 (4), pp. 437-446.
- Schoch, H. y M. Wagener (1984), "Price Index Paradox", *Methods of Operations Research* 48, Königstein, Athenäum/Hain/Hanstein.
- Standard & Poor's (2009), "Index Mathematics; Index Methodology", octubre, pp. 45.
- \_\_\_\_\_ (2010), "Float Adjust Methodology, March", pp. 16.
- Underhill, L.G. y R. P. Prys-Jones (1994), "Index Numbers for Waterbird Populations I, Review and Methodology", *Journal of Applied Ecology*, 31 (3), pp. 463-480.
- Venegas-Martínez, F. (2008), *Riesgos financieros y económicos: Productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*, Cengage, México.