

# Los riesgos de no ser normal en finanzas

## Un ensayo sobre el comportamiento leptocúrtico de las series accionarias de Colombia

José Carlos Ramírez y Olga Chacón Arias\*

Fecha de recepción: 7 de mayo de 2012; fecha de aceptación: 7 de junio de 2013.

*Resumen:* El documento analiza los problemas más comunes asociados con las distribuciones de rendimientos leptocúrticas. Con base en el comportamiento de los rendimientos de las acciones negociadas en la Bolsa de Valores de Colombia entre 2001 y 2010, el texto concluye que la mayor capacidad predictiva de un modelo estadístico que considera leptocurtosis depende del diseño y el tratamiento de la información utilizados en la elaboración de las pruebas de normalidad estacionaria; de la especificación del modelo que incluya las *anormalidades* detectadas para cada grupo de acciones, sean estas producidas por factores internos o externos a la actividad financiera; del análisis por separado de las características de las empresas cuyas acciones muestran comportamientos diferenciados; y de la evaluación conceptual de los resultados estadísticos finales por parte del administrador. La eliminación de algunas de estas etapas en aras de privilegiar un método estadístico absoluto es un serio error que obvia un hecho cotidiano comprobado por la práctica financiera, y es que no todas las colas gordas de las distribuciones empíricas son iguales ni todas tienen las mismas causas: son reflejo de la actividad bursátil particular de cada mercado y, por lo tanto, son imposibles de tratar por métodos estadísticos universales.

*Palabras clave:* leptocurtosis, pruebas de normalidad, volatilidad grupal, modelos heteroscedásticos.

### ***The Risk of not Being Normal in Finance: An Essay on the Leptokurtic Behavior of Stock Series in Colombia***

*Abstract:* This paper is aimed at analyzing the main problems concerning fat-tailed asset return distributions. In doing so, a sample of Colombian stock returns over a period of time ranging from 2001 to 2010 is considered. The main conclusion drawn from this case study is that any model facing leptokurtosis has to take into account the particular informational issues related to stationary-normality tests of stock-market return series; the best fitting criteria which include the main

---

\*José Carlos Ramírez Sánchez, jose.ramirez@anahuac.mx, profesor-investigador de El Centro de Alta Dirección en Economía y Negocios (CADEN), Universidad Anáhuac México-Norte, México, D.F. Olga Patricia Chacón Arias, opchacon@uis.edu.co, profesora asistente, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

no *normal* characteristics of empirical return distributions by stock groups; the idiosyncratic aspects of those stocks showing differentiated behaviors; and the final statistical evaluation by the risk-manager. Ignoring any of these steps means overlooking the well-documented financial fact that empirical fat-tailed return distributions are not the same in all markets, and that neither are they caused by the same reasons. Leptokurtosis is a particular problem of any stock market, and so there is no universal statistical method to deal with it.

*Keywords:* leptokurtic, stationary-normality tests, volatility clustering, heteroscedastic models.

*Clasificación JEL:* G14.

## Introducción

La práctica generalizada de estimar las medidas financieras con base en técnicas que descansan en el supuesto de normalidad estacionaria se fundamenta en dos razones. La primera es que, como consecuencia del Teorema del Límite Central, se supone que los momentos de las distribuciones empíricas convergen estacionariamente a los de una normal teórica a medida que se incrementa el número de observaciones. De esa manera se identifica, por ejemplo, a la media y desviación estándar de una distribución normal con el rendimiento esperado y el riesgo de un activo, respectivamente, considerando que los incrementos de los dos primeros momentos de las distribuciones empíricas presentan cambios temporales estadísticamente despreciables en muestras progresivamente grandes.

La segunda razón es que al ser los eventos normales susceptibles de cumplir con el requisito de regularidad probabilística, no hay nada mejor que utilizar los fundamentos estadísticos de la distribución normal para predecir su comportamiento.<sup>1</sup> No se puede anticipar más que lo que presenta regularidad y ese apotegma es aplicable, incluso, a situaciones en las que prima originalmente la ausencia de normalidad estacionaria. Los esfuerzos orientados a desarrollar, por ejemplo, métodos alternativos que ayuden a explicar los comportamientos *anormales* de las variables financieras no abandonan del todo los principios de normalidad, ni siquiera en la formulación de ciertos supuestos claves. La búsqueda de la regularidad

---

<sup>1</sup> Evidentemente la aseveración puede incluir a cualquier otra distribución, discreta o continua, marginal o multivariada, adecuada para estudiar el fenómeno bajo consideración. El hecho de concentrarnos en la *normal* es sólo para destacar su insuperable importancia en finanzas. No hay otra distribución en la literatura que, debido a sus propiedades (agregación gaussiana, ductibilidad en mezclas distribucionales y asintóticas), sea más utilizada que la *normal* para caracterizar los comportamientos de cualquier *cantidad* financiera.

probabilística en finanzas es tan fuerte que es común usar fórmulas de convolución cuyas funciones conjuntas de densidad mezclan variables aleatorias que experimentan saltos (eventos raros) con otras que exhiben volatilidad regular (eventos normales).

El supuesto de normalidad se explica, en principio pues, por la necesidad de escapar a la incertidumbre knightiana.<sup>2</sup> Los afanes por medir los cambios impredecibles de las cantidades financieras con base en conceptos *normales* como el tamaño esperado del evento o, en situaciones de *shocks*, con exponentes de correlación que incluyen ruido gaussiano (o ruido blanco) para distinguir la presencia de diferentes clases de caos, no son más que intentos de proveer de estructura probabilística a fenómenos que en el pasado eran considerados estadísticamente intratables.<sup>3</sup>

Aunado a esta necesidad de regularidad, el supuesto de normalidad estacionaria es también crucial para explicar el comportamiento de algunos eventos financieros en situaciones extremas y, en particular, para probar la eficiencia de los modelos de varianza-covarianza en la fijación de los precios de algunos activos. En lo que corresponde al primer punto, se sabe, por ejemplo, que las distribuciones empíricas de los rendimientos de las acciones presentan ligeros sesgos negativos durante las crisis y no positivos como es la situación dominante en periodos regulares, porque los *traders* tienden a reaccionar más decididamente a las noticias negativas que a las positivas en situaciones de emergencia; y mayor leptocurtosis en épocas de auge y recesión porque los portafolios que incluyen rendimientos mayores son más sensibles que lo demás a los cambios bruscos registrados en los precios de los activos líderes (Rydberg, 2000). Es decir se tiene conocimiento de las conductas extremas de los rendimientos como resultado de comparar los comportamientos de series de variables independientes e

---

<sup>2</sup> Como se sabe, la noción de incertidumbre más usada en economía —y que se atribuye a Knight (1921)— se refiere al conjunto de situaciones en las que la aleatoriedad no puede ser expresada en términos de probabilidades; por lo que cualquier evento aleatorio asociado con la incertidumbre knightiana es, por definición, un evento carente de estructura formal y, por tanto, probabilísticamente impredecible (Kwiatkowska y Szatczneider, 2008).

<sup>3</sup> El tamaño esperado del evento es un concepto utilizado, muy a menudo, para medir los cambios impredecibles en el precio del activo y se define como  $\sigma_t \sqrt{h}$ . Esta desviación estándar está compuesta por la probabilidad del evento (medido en términos de  $\sigma_t$ ) y su “tamaño”. Una varianza proporcional a  $h$  puede ser obtenida ya sea por probabilidades que dependan de  $h$ , considerando el tamaño independiente, o por probabilidades que son independientes de  $h$  considerando el tamaño independiente. El primer caso corresponde a los eventos raros y el segundo a los eventos normales (Neftci, 1996, pp. 155-161). El estadístico conocido como “exponente de correlación” es usado no sólo para distinguir caos blanco de ruido blanco estocástico, sino también para diferenciar el caos de baja dimensión de los procesos estocásticos de alta dimensión. Dicho exponente conserva las propiedades de un estimador gaussiano (Liu, 1993).

idénticamente normales (*iid* normal) con los de otras que no lo son. Por eso es común hoy en día esperar cierto exceso de curtosis en mercados delgados y parámetros no estacionarios en datos de alta frecuencia.

El segundo punto es, también, de gran importancia debido a que las pruebas de algunos modelos de fijación de precios de amplia difusión en la literatura financiera son altamente sensibles al supuesto de que los excesos de los rendimientos son variables aleatorias *iid* normales. Los resultados de algunos estudios hechos para varios países revelan que los valores de las probabilidades de los índices basados en el supuesto de normalidad son significativamente diferentes a los registrados por aquellos índices de prueba que no adoptan el supuesto (Groenewold y Fraser, 2001). En consecuencia, la violación del supuesto de normalidad afecta no sólo el proceso de fijación de precios de modelos como el CAPM o APT sino, también, la verosimilitud de los índices empleados en la comprobación de sus estimaciones.

En el intento de corregir estas fallas de medición se han revitalizado algunas técnicas tradicionales, ya sea para considerar situaciones ajenas a su diseño original —como incorporar sesgo y leptocurtosis en las medidas de valor en riesgo (VaR) (Hull y White, 1998)— o para introducir nuevas formas de normalidad en el comportamiento de las variables financieras, como acontece, por ejemplo, con los modelos aditivos o multiplicativos de precios que incluyen movimientos brownianos. Sobre este último tema hay una extensa literatura relacionada con las mejoras a la capacidad predictiva de modelos como el de Black y Scholes o el de Samuelson, que consideran que los logaritmos de los precios de los activos se comportan, bajo ciertas condiciones de normalidad, como una solución a la ecuación diferencial estocástica

$$dp(t) = \{u + \beta\sigma^2\}dt + \sigma dw(t) \quad (1)$$

donde  $p(t)$  es el nivel de precios tomado como un proceso integrado;  $\{u + \beta\sigma^2\}dt$  el drift y  $\sigma dw(t)$  el término de renovación generado por el movimiento Browniano estándar  $w(t)$  (Barndorff-Nielsen y Shephard, 2001). Las mejoras a (1) surgen porque al agregar los rendimientos  $R_n$  sobre un intervalo  $\Delta$  de la forma descrita en (2), éstos no se ajustan a los supuestos de los modelos para datos financieros usados en la práctica; es decir los rendimientos no resultan normales ni se distribuyen independientemente con media  $u\Delta + \beta\sigma^2\Delta$  y varianza  $\Delta\sigma^2$

$$R_n = \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} dp(t) = p(n\Delta) - p\{(n-1)\Delta\} \quad (2)$$

En atención a estas violaciones se han desarrollado diversos métodos de ajustes a las ecuaciones de media y varianza basados en la familia de modelos GARCH y de volatilidad estocástica (VE) con la idea de restablecer las propiedades originales de (1). En particular se han utilizado modelos del tipo Ornstein-Uhlenbeck (OU) en los que se asume que el  $\log \{\sigma^2(t)\}$  sigue un proceso gaussiano (modelos geométricos OU) o el término de renovación es generado por un browniano fraccionario (Modelos OU con volatilidad sujeta a elasticidad constante) en lugar de un browniano estándar.

Ahora bien, aún cuando esta clase de esfuerzos dirigidos a mantener el supuesto de normalidad estacionaria es notable no siempre resulta suficiente para un análisis financiero adecuado. Y hay una cantidad de *anormalidades* bien documentadas en las distribuciones empíricas de los rendimientos que no admiten una solución satisfactoria y que limitan fuertemente la capacidad de predicción del supuesto. Entre estas *anormalidades*, la literatura destaca seis características que entran en conflicto con los presupuestos de la normal teórica y que se relacionan con la existencia de: leptocurtosis (colas gordas o pesadas), diferentes clases de asimetría con patrones diversos de correlación rezagada, volatilidad grupal, falta de agregación gaussiana, dependencia de largo rango y estacionalidad (Case, 1998; Rydberg, 2000). La presencia de estas características en una distribución empírica y su tratamiento dependen, en buena medida, de la naturaleza de los datos financieros. Para datos diarios o de baja frecuencia, la detección de cada una de las características está, por lo general, bien tipificada y su análisis se lleva a cabo con métodos de las finanzas matemáticas (para fijación de precios de derivados) o de la econometría (para pronósticos) en los que los momentos de las distribuciones de probabilidad son derivables. En cambio para datos de alta frecuencia o intra-diarios no siempre es posible identificar su influencia, en parte, porque los métodos aun están en desarrollo y, en parte, porque es común encontrar distribuciones de probabilidad con algunos momentos sin especificar (Case, 1998; Rydberg, 2000).

El documento se concentra en la identificación y tratamiento de la primera de las características y tiene como objetivo mostrar que cualquier corrección al problema de la leptocurtosis es, básicamente, conceptual en virtud de que su naturaleza no sólo es estadística. La tarea supone, al menos, dos obstáculos. El primero es que el objetivo conduce inevitablemente al estudio de las restantes características que, como veremos, crea mucha

interferencia en el análisis de la leptocurtosis. El segundo es que los métodos alternativos a la distribución normal no garantizan la eliminación de los problemas asociados con la leptocurtosis, sobre todo porque las condiciones económicas particulares de un mercado pueden producir comportamientos irregulares y permanentes en las variables financieras.

La suma de estas dificultades ha hecho de las colas gordas el problema más intrigante en el tema de la violación del supuesto de normalidad estacionaria. Desde que Mandelbrot (1963) y Fama (1965) encontraron que la distribución de los rendimientos del índice accionario *Dow Jones* tenía colas que decrecían a una tasa menor que  $e^{(-x^2)}$  se han sugerido infinidad de soluciones para enfrentar la leptocurtosis. El mismo Mandelbrot propuso hace más de cuarenta años que la solución era construir una distribución con ley estable y sin segundo momento en la que no había más correspondencia entre el riesgo y la desviación estándar.<sup>4</sup> Algunos de sus seguidores han ido más allá al considerar que el asunto no termina con la sustitución parcial de la distribución normal sino con su eliminación completa del análisis financiero, pues las *anormalidades* profundizan la ya marcada tendencia a subestimar las probabilidades de los eventos no normales (Taleb, 2010).

Los resultados más recientes de la literatura especializada sostienen, por su parte, que debido al exceso de curtosis y sesgo de las distribuciones empíricas de los rendimientos: 1) la convergencia de los parámetros teóricos y reales ha probado ser alta sólo para datos mensuales, por lo que la hipótesis de normalidad para datos diarios o de alta frecuencia resulta insostenible en la práctica financiera;<sup>5</sup> y 2) las resultantes variaciones de las medias y varianzas de las distribuciones de los rendimientos a través

---

<sup>4</sup> La idea ampliamente extendida en esa época de que los precios de los rendimientos eran fractales llevó a distintos autores a utilizar distribuciones estables que mantuvieran la misma escala de probabilidades en valores promedios que en valores extremos de la distribución (principio inherente al concepto de fractal). En concreto se supuso, entre otros ensayos, que los precios de los activos eran mejor captados por la distribución no normal estable de Pareto, con exponente característico menor que 2, que por una normal. La evidencia mostró que los exponentes característicos de la distribución de la suma intertemporal para los rendimientos (individuales y del portafolio) aumentaba con el tamaño de la suma; lo cual era una abierta violación a la propiedad de estabilidad de la distribución de Pareto (Blattberg y Gonedes, 1974).

<sup>5</sup> Barndorff-Nielsen y Shephard (2001) señalan que para valores pequeños de  $\Delta$  (o intervalos que van de 5 minutos a un día) la ecuación (2) viola el supuesto de normalidad estacionaria debido a que los rendimientos presentan regularmente colas gordas, volatilidad grupal, sesgo y alta correlación. Si a esto aunamos que para valores grandes de  $\Delta$  el Teorema de Límite Central se cumple y, por tanto, la propiedad de *gaussianidad* se vuelve innecesaria, entonces los modelos basados en (1) son rutinariamente rechazados para cualquier tipo de datos usado en finanzas.

del tiempo hacen inútil cualquier intento por suponer estacionariedad en las series. Ambos resultados han motivado la aplicación creciente de una miríada de procesos estocásticos —como los de Ito, Levy o de heteroscedasticidad condicional entre otros— que, con el propósito de hacerle frente al problema, han creado otras dificultades imprevistas en el tema de las colas gordas (Ramírez, 2004).

La posición sostenida en este documento es que, no obstante los grandes avances estadísticos logrados en el tema, no es dable encontrar un método universal en el tratamiento de la leptocurtosis debido, principalmente, al origen diverso e idiosincrático de las colas gordas. La leptocurtosis es una característica específica y multicausal de las series financieras cuyo estudio requiere, en cada caso, de un diagnóstico estadístico particularizado (pruebas univariadas y multivariadas de normalidad estacionaria, periodización, segmentación de muestras y evaluación de modelos), una correcta identificación de los factores *ambientales* (internos y externos a la actividad bursátil) que explican el comportamiento distribucional de los datos y una justificada vinculación con el problema tratado por el Administrador de Riesgos. De otra manera, los resultados estadísticos estarían bajo sospecha como lo ilustramos, a continuación, con la serie de datos diarios y mensuales de las acciones y del índice general de la Bolsa de Colombia (IGBC) para el periodo comprendido entre el 1 de julio de 2001 y el 1 de julio de 2010.<sup>6</sup>

La elección del caso colombiano en este periodo es particularmente importante porque presenta particularidades que no es posible encontrar en otros grandes mercados latinoamericanos ampliamente estudiados como Argentina, México o Brasil, tales como: un gobierno único que permitió una recuperación económica sostenida entre 2001 y 2010; la unificación de sus tres bolsas de valores; la baja participación relativa de sus operaciones financieras como proporción del PIB y, sobre todo, la naturaleza cerrada al exterior de sus operaciones bursátiles, que hace relativamente inmune el IGBC a los contagios internacionales. En concreto interesa observar en qué medida estas particularidades afectan los resultados del com-

---

<sup>6</sup>La serie es tomada de Bloomberg e incluye 2194 datos diarios y 181 mensuales. El análisis comprende además las series de rendimientos de las 18 empresas líderes en el IGBC que sobrevivieron a lo largo del periodo como un recurso para explicar el comportamiento desagregado del índice. Los rendimientos fueron calculados de acuerdo con la práctica habitual:  $R_t = \ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right)$ , donde  $R_t$  es el rendimiento en el tiempo  $t$  de un activo diario y  $X_t$  es el precio del activo al cierre de cada día. En el cálculo de cada serie de rendimientos diarios se hicieron los ajustes correspondientes para distintos años calendarios así como para los lunes de cada semana.

portamiento normal de las distribuciones de rendimientos en relación a las documentadas para otros índices accionarios de Estados Unidos, Europa, Asia y Latinoamérica.

El documento consta de dos secciones adicionales. La primera muestra evidencia acerca del problema de colas gordas en las distribuciones empíricas de rendimientos y sus consecuencias sobre el mantenimiento del supuesto de normalidad estacionaria. La segunda presenta algunos métodos usados para su tratamiento y las dificultades asociadas con la elección de la técnica más robusta. Finalmente las conclusiones discuten los principales resultados de la investigación y presentan algunas reflexiones sobre los riesgos de no ser *normal* en épocas de crisis.

## **I. El problema de la falta de normalidad estacionaria: La evidencia de colas gordas**

El criterio básico para determinar si las series de datos son estadísticamente adecuadas para realizar cualquier pronóstico o análisis de riesgo de un portafolio, consiste en verificar que la correlación entre los rendimientos no altere la propiedad de normalidad —multivariada— estacionaria de las distribuciones empíricas. El procedimiento de prueba considera dos pasos antes de llegar a una conclusión definitiva.

El primer paso consiste en comprobar que las series de cada activo son univariadamente normales. Y para tal efecto se utilizan pruebas sobre el tercer y cuarto momentos de las distribuciones de los rendimientos corregidos con potencias de Box-Cox, debido a su propiedad de medir directamente la asimetría y pérdida de mesocurtosis (platicurtosis o leptocurtosis) de una normal teórica.<sup>7</sup> La aplicación de estas pruebas a las distribuciones empíricas de los rendimientos de las acciones colombianas entre los años 2001 y 2010 revela, en conformidad con la abundante evidencia empírica sobre el tema, que ninguna serie diaria resulta normal para los 18 activos

---

<sup>7</sup> La práctica más extendida en el medio financiero es corregir los precios de apertura y de cierre de las acciones con logaritmos naturales, a fin de calcular los rendimientos diarios como una diferencia entre dichos logaritmos. El efecto de suavizamiento introducido por esta corrección reduce la dispersión de datos, garantiza cantidades no negativas en series de tiempo en las que los precios son modelados como movimientos brownianos geométricos o caminatas aleatorias (y por ende asegura el principio de *bounded liability*, ignorado por Bachelier) y restablece la apariencia *normal* de las distribuciones de los datos. Tras hacer los cálculos concluimos que  $\lambda = 0$  es el valor óptimo de la serie de datos y que, por tanto,  $x^\lambda = \ln x$  es la transformación de Box Cox adecuada para realizar el suavizamiento. Sin embargo, éste no siempre es el caso y es necesario hacer pruebas para su comprobación.

o para el IGBC, dado cualquier nivel de significancia (véase la prueba de Jarque-Bera en la columna diez del cuadro 1).

El resultado es de alguna manera esperado porque, en principio, el rechazo a la hipótesis de normalidad del IGBC diario no parece ser más que una consecuencia de la falta de normalidad univariada registrada por cada activo (Maya y Torres, 2004; Vergara y Maya, 2009). Y esto obedece a que las distribuciones que no son univariadamente normales nunca pueden ser multivariadamente normales, por efecto del principio de agregación gaussiana, como tampoco lo pueden ser las que son univariadamente normales cuando haya correlación importante entre los rendimientos (Richardson y Smith, 1993). De aquí que uno pueda sentirse tentado a concluir que la asimetría y leptocurtosis del IGBC se expliquen por el comportamiento agregado de las acciones individuales y que la inusitada ausencia de normalidad de las series mensuales obedezca a la gran correlación cruzada de los rendimientos.

La conclusión es hasta cierto punto natural ya que uno espera que el índice accionario resuma las propiedades distribucionales de sus componentes y que, en la agregación de datos diarios a mensuales, las series de rendimientos ( $R_t$ ) tiendan a exhibir las condiciones de “ruido blanco”; esto es que: sus medias y varianzas tiendan a ser estacionarias y sus autocovarianzas  $cov(R_t, R_{t-k})$  se aproximen a cero para todo valor de  $k$ .

Sin embargo, esta clase de afirmaciones no son necesariamente ciertas para un mercado como el de Colombia. Para empezar, el sesgo negativo y el exceso de curtosis del IGBC no coinciden con el tipo de asimetría positiva de 13 acciones ni con la media del grupo de rendimientos con mayor leptocurtosis, respectivamente.<sup>8</sup> En otras palabras los datos no muestran una correspondencia directa entre el comportamiento del índice y el de la mayoría de sus componentes muestrales. Del mismo modo hay que considerar que, si bien la agregación de datos diarios a mensuales atenúa la dispersión de los valores de cada rendimiento respecto a su media, el empuje “hacia abajo” experimentado por los estadísticos de prueba del sesgo y la curtosis no parece haber sido suficiente para restablecer la normalidad de las series mensuales ni para alinear el comportamiento del índice con el de las acciones.<sup>9</sup>

<sup>8</sup> El valor promedio de la curtosis del IGBC es de 10 a 15 veces menor que el de varias acciones.

<sup>9</sup> Al comparar las cifras de los datos mensuales y diarios para el IGBC se descubre, en efecto, que el coeficiente de variación de los rendimientos mensuales ( $cv_m = 3.18$ ) es cuatro veces menor que el de los rendimientos diarios ( $cv_d = 12.74$ ) y que los respectivos sesgos y curtosis reducen su magnitud en una proporción de 3 a 1.

**Cuadro 1. Pruebas de normalidad univariadas y multivariadas para rendimientos diarios y mensuales**

Empresa	Media		Desv. Estándar		Sesgo		Curtosis		Jarque-Bera		Pruebas multivariadas diario		
	Diario	Mensual	Diario	Mensual	Diario	Mensual	Diario	Mensual	Diario	Mensual			
Acerias	0.00192	0.03920	0.04434	0.28281	6.521953	4.764560	147.7952	35.2294	0.00000	0.00000	0.04134	0.0000	
Banbogotá	0.00115	0.02261	0.01653	0.07819	0.041823	-0.63172	13.39453	5.17964	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Bancolombia	0.00139	0.02939	0.01978	0.09292	-0.02214	-0.15361	15.05350	4.15657	0.00000	0.03987	0.00000	0.0000	
Cemargos	0.00110	0.02302	0.02003	0.08992	0.029604	0.161255	13.53373	4.98286	0.00000	0.00011	0.00000	0.0000	
Chocolates	0.00115	0.02612	0.01703	0.07312	0.788790	0.715863	15.06181	3.87435	0.00000	0.00177	0.00000	0.0000	
Coltejer	0.00006	0.00120	0.03858	0.21992	-2.42031	0.798049	74.21510	6.59930	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Corp. Fin. Cbian	0.00161	0.03004	0.02591	0.13362	4.570183	0.923371	82.25166	7.08534	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Éxito	0.00069	0.01498	0.01944	0.09377	0.198716	0.441766	13.10392	4.93499	0.00000	0.00003	0.00000	0.0000	
Fabricato	0.00018	0.00162	0.03097	0.14824	0.398705	0.661430	8.47659	4.65150	0.00000	0.00004	0.00000	0.0000	
Grupoaval	0.00086	0.01856	0.01789	0.07828	0.262403	0.614269	12.18426	4.94465	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Interbolsa	0.00105	0.02107	0.02686	0.13059	8.035281	1.867560	226.2324	11.4322	0.00000	0.00000	0.79837	0.0000	
Invargos	0.00116	0.02457	0.01996	0.08935	0.074501	-0.33845	17.39196	3.68976	0.00000	0.12227	0.00000	0.0000	
ISA	0.00120	0.02509	0.01887	0.07960	0.297473	0.849931	14.06517	5.38130	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Mineros	0.00203	0.04161	0.02195	0.09725	1.394180	1.033134	13.89982	4.31657	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Pfbancolom	0.00138	0.02900	0.02259	0.11142	-1.08764	-0.28625	28.76109	6.64568	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Suramericana	0.00150	0.03143	0.02172	0.11583	-0.38879	-0.36698	14.48624	4.37330	0.00000	0.00427	0.00641	0.0064	
Tablemac	0.00027	0.00473	0.03551	0.17039	-9.33453	-1.86455	269.7474	18.4831	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Valorem	-0.0005	-0.0083	0.03299	0.14698	0.000684	0.685237	11.09895	5.70370	0.00000	0.00000	0.00000	0.0000	
Índice	0.00111	0.02414	0.01465	0.07699	-0.22938	-0.63096	15.42744	4.44696	0.00000	0.00025	Conjunt	0.00000	0.000000

Fuente: Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P. Nota: Los valores del renglón que sobresale (conjunta) describen, respectivamente, el valor  $P$  de la prueba multivariada de Urzúa y Doornik & Hansen.

Como se puede ver en la columna del cuadro 1 que muestra el valor  $p$  del estadístico de Jarque-Bera, casi todas las series mensuales, con excepción de Invargos, resultan no normales, lo cual no deja de sorprender si tomamos en cuenta que en la mayoría de los estudios elaborados para los principales mercados internacionales se confirma, casi siempre, la existencia de normalidad en las series accionarias mensuales (Ramírez, 2004). De hecho, se insiste en que, aparejado a la presencia de normalidad en las series mensuales, hay tal similitud entre los patrones descritos por las series individuales y los índices accionarios de las bolsas, que estos últimos terminan por resumir el comportamiento de las primeras. La situación para Colombia es diferente porque la agrupación mensual de los datos no altera la estructura de sesgo y curtosis de las series diarias ni el IGBC expresa el comportamiento general de las acciones individuales.<sup>10</sup>

Para comprobar en qué medida este patrón es afectado por factores estacionales, dividimos el periodo original en dos, cuidando de tener un volumen de información similar en cada muestra. La periodización sirve de recurso para mostrar la influencia de la actividad financiera en los periodos que hemos llamado de unificación (2001-2005) y consolidación (2006-2010) del mercado accionario sobre la actividad bursátil en Colombia.<sup>11</sup>

Las corridas desplegadas en el cuadro 2 sugieren ligeros cambios respecto a la situación arriba descrita, pues mientras que en el primer periodo ocho series accionarias y el IGBC resultan normales, en el segundo la cifra se reduce a sólo siete, quedando Invargos como la única serie normal en los dos periodos. En otras palabras, tenemos cambios que no permiten deducir ningún tipo de patrón debido a la posible presencia de cruzamientos entre los rendimientos accionarios. Para comprobarlo utilizamos las pruebas conjuntas de Urzúa (1996) y de Doornik-Hansen (2008) (véanse

---

<sup>10</sup> Alonso y Arcos (2006) encuentran un resultado similar al agrupar las series diarias de rendimientos de acciones (25 de septiembre de 1999-31 de abril de 2005) y del IGBC (21 de enero de 1991-21 de febrero de 2005) en datos semanales y mensuales.

<sup>11</sup> La división no es arbitraria pues mientras el primer periodo es identificado por presentar un gran crecimiento económico en Colombia con tasas promedios cercanas a 5 por ciento anual (el cual se prolongó hasta finales de 2007 cuando la economía creció a 7.7%), el segundo coincide con una desaceleración continua en los precios de los principales productos de exportación de Colombia: petróleo, carbón, gas, zinc y oro (debido en parte a la crisis financiera de finales de 2007 originada en Estados Unidos y en parte a la ausencia de una política fiscal compensatoria). Durante el primer periodo el IGBC registró un crecimiento histórico de 1043 por ciento al pasar de 1000 puntos el 3 de julio de 2001 a 11 433 puntos el 27 de enero de 2006 (Ferrari y González, 2007). Este periodo es conocido por Agudelo y Uribe (2009) como el correspondiente al mercado alcista continuo más importante de la BVC. Por su parte el segundo periodo es caracterizado por ser de consolidación con movimientos laterales en la Bolsa y por registrar recurrentes alzas y caídas desde mayo y junio de 2006.

las dos últimas columnas del cuadro 1) en las que se confirma, en efecto, que los momentos cruzados para cualquier combinación de series de rendimientos afecta seriamente el supuesto de normalidad multivariada para valores  $p$  menores que cinco por ciento.<sup>12</sup> Es decir que tanto en el periodo de unificación como en el de consolidación, los rendimientos muestran altos niveles de cosesgos y cocurtosis (cuyo análisis estadístico no se incluye aquí) que impiden a las series mantener su normalidad univariada y multivariada en los dos periodos.<sup>13</sup>

La explicación más plausible a este comportamiento es el desigual patrón de bursatilización prevaleciente en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) que impide que los movimientos de los rendimientos se comporten como eventos normales o, dicho en términos más técnicos, que las medias y las varianzas de las series individuales se vuelvan más estables y, en consecuencia, la presencia de eventuales cosesgos y cocurtosis espurios no altere las condiciones de “ruido blanco” de las series multivariadas. Como se sabe, no todas las acciones de la BVC son comerciadas diariamente, por lo que éstas tienen diferentes índices de bursatilidad que hacen que el mercado exhiba niveles de profundidad distintos en determinados periodos. En los datos de la muestra se puede encontrar empresas como Bancolombia y Banbogotá que transan operaciones 90 por ciento de los días del año y empresas como Coltejer que apenas registran 40 por ciento de días operados (Agudelo y Uribe, 2009). Sus consecuentes diferencias en volumen y número de operaciones comerciadas se expresan no sólo en propiedades de normalidad desiguales sino, también, en diferencias de impacto sobre el IGBC. Por ejemplo, si volvemos a las columnas de las series mensuales

---

<sup>12</sup> Las pruebas de Doornik-Hansen y de Urzúa suponen que la curtosis y el sesgo no están independientemente distribuidos y que su aproximación a la normal es especialmente lenta, por lo que las propiedades asintóticas de sus estadísticos son más o menos parecidas. Las pequeñas diferencias estadísticas de sus resultados (en este caso las observadas con relación a Interbolsa) obedecen a que la segunda prueba incluye una distribución exponencial cuártica que, según Urzúa (1996), la convierte en una alternativa más parecida a la normal multivariada con terceros y cuartos momentos finitos. Sin embargo, la conclusión general de los cálculos de ambos estadísticos es la misma.

<sup>13</sup> Esta misma afirmación se puede fundamentar con otras pruebas ensayadas en la literatura. Por ejemplo, al aplicar el estadístico utilizado por Bai y Ng (2005) a los datos diarios de todo el periodo se encontró que, con excepción de Fabricato y Valorem todas las demás acciones y el IGBC registraron valores inferiores a 5.99 (el valor crítico de rechazo para pruebas de chi-cuadrada con dos grados de libertad), lo que indica que las restantes pruebas sobre las distribuciones marginales y, en particular, la multivariada (con un valor de 2.00) rechazaron la hipótesis nula de normalidad. Es importante anotar que estos dos autores recomiendan utilizar pruebas multivariadas que incluyan el estadístico de Jarque-Bera, o mejoras a éste como la de Urzúa (1996), por sus propiedades asintóticas.

**Cuadro 2. Prueba de normalidad Jarque-Bera 2001-2005 y 2006-2010**

Empresa	2001-2005						2006-2010					
	Diario			Mensual			Diario			Mensual		
	Jarque-Bera	Valor P	Jarque-Bera	Valor P	Jarque-Bera	Valor P	Jarque-Bera	Valor P	Jarque-Bera	Valor P	Jarque-Bera	Valor P
Acerías	1249894.414375	0.000000	1315.087722	0.000000	37552.456451	0.000000	128.458329	0.000000	37552.456451	0.000000	128.458329	0.000000
Banbogotá	4140.448288	0.000000	1.054840	0.590125	4886.637094	0.000000	24.157093	0.000006	4886.637094	0.000000	24.157093	0.000006
Bancolombia	520.142419	0.000000	1.386718	0.499894	11323.533270	0.000000	7.271333	0.026366	11323.533270	0.000000	7.271333	0.026366
Cemargos	1677.266464	0.000000	4.804669	0.090506	4890.277050	0.000000	13.567243	0.001132	4890.277050	0.000000	13.567243	0.001132
Chocolates	1633.117685	0.000000	4.942850	0.084464	15171.080037	0.000000	6.163335	0.045883	15171.080037	0.000000	6.163335	0.045883
Coltejer	466669.403377	0.000000	9.840921	0.007296	2528.369078	0.000000	84.370311	0.000000	2528.369078	0.000000	84.370311	0.000000
Corp. Fin. Cbiana	317030.321928	0.000000	19.654536	0.000054	6726.464391	0.000000	10.808101	0.004498	6726.464391	0.000000	10.808101	0.004498
Éxito	5400.069695	0.000000	53.661547	0.000000	4177.693820	0.000000	1.945594	0.378024	4177.693820	0.000000	1.945594	0.378024
Fabricato	1731.230784	0.000000	16.983630	0.000205	1118.473450	0.000000	1.428183	0.489637	1118.473450	0.000000	1.428183	0.489637
Grupoaval	5961.203557	0.000000	24.780748	0.000004	2551.410401	0.000000	0.370459	0.830913	2551.410401	0.000000	0.370459	0.830913
Interbolsa	6432182.703248	0.000000	232.408251	0.000000	7823.187430	0.000000	13.092724	0.001435	7823.187430	0.000000	13.092724	0.001435
Invargos	1125.865436	0.000000	0.211604	0.899603	11158.876067	0.000000	5.720009	0.057269	11158.876067	0.000000	5.720009	0.057269
Isa	5291.031693	0.000000	7.554459	0.022886	5845.815590	0.000000	0.447764	0.799409	5845.815590	0.000000	0.447764	0.799409
Mineros	13923.144442	0.000000	7.089324	0.028878	952.882733	0.000000	4.579747	0.101279	952.882733	0.000000	4.579747	0.101279
Pfbancolom	60164.528703	0.000000	20.934077	0.000028	497.249261	0.000000	16.516682	0.000259	497.249261	0.000000	16.516682	0.000259
Suramericana	293.668393	0.000000	0.180726	0.913599	11399.155810	0.000000	23.206457	0.000009	11399.155810	0.000000	23.206457	0.000009
Tablemac	4050608.302642	0.000000	566.044580	0.000000	744.586381	0.000000	0.649653	0.722653	744.586381	0.000000	0.649653	0.722653
Valorem	1965.796299	0.000000	3.996612	0.135565	2098.179270	0.000000	53.507228	0.000000	2098.179270	0.000000	53.507228	0.000000
Índice	2133.364201	0.000000	1.113699	0.573012	6707.180273	0.000000	22.744984	0.000012	6707.180273	0.000000	22.744984	0.000012

Fuente: Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

del cuadro 2, observamos que el IGBC registra el mismo comportamiento que las acciones más bursátiles (Bancolombia, Banbogotá, Cemargos, Invargos, Chocolate y Suramericana con porcentajes de operación entre 83 y 92 por ciento de días por año) en los dos periodos. En particular el IGBC del primer periodo resulta normal gracias a la actividad bursátil desplegada por esas acciones que hace que el valor y número transado de operaciones del mercado colombiano de acciones se multiplique por 3.8 y 4.2 entre 1998 y 2006, respectivamente (Agudelo, 2009).

La ausencia o presencia de normalidad del IGBC parece, pues, ligado a la forma particular en que unas cuantas acciones de alta y mediana bursatilidad procesan los cambios ocurridos en la historia económica y financiera reciente de Colombia. De acuerdo con Agudelo (2009), acontecimientos como la fusión de las tres Bolsas en 2001, la ampliación del horario de operaciones a partir de noviembre de 2005, los anuncios macroeconómicos sobre el PIB trimestral o la inflación mensual y los efectos horarios en algunos días de la semana y meses del año (de julio a febrero para las acciones de mediana bursatilidad) son determinantes para explicar el comportamiento del IGBC en la medida en que éstos afecten las variaciones de los rendimientos de esas acciones. La irregular actividad bursátil de estas acciones, ocurrida desde mediados de 2006, es de hecho una de las causas básicas de la pérdida de normalidad del segundo periodo. Y es que con volúmenes transados dispares no es posible esperar que la probabilidad de ocurrencia y el “tamaño” del rendimiento varíe directamente con la longitud del intervalo del tiempo (como se esperaría de un evento normal) ni que el principio de agregación de datos diarios a mensuales facilite la convergencia de cualquier distribución logarítmica de rendimientos a la ley gaussiana (Rydberg, 2000).

En este sentido la existencia de numerosos “ceros” en los datos con los que se construyen los cuadros 1 y 2 es relativamente explicable en un mercado accionario tan delgado y poco expuesto a factores de riesgo que son típicos de instituciones de capitales más abiertas. Las particulares políticas de financiamiento de las industrias maduras que cotizan en la bolsa (que, con excepción de algunas empresas, ven a la colocación de acciones como fuente de financiamiento secundaria) y la moderada exposición de los precios de sus títulos financieros a los vaivenes del mercado internacional, ha dado como resultado que Colombia tenga un mercado accionario con series diarias y mensuales leptocúrticas, sesgadas indistintamente hacia la izquierda y a la derecha y, como veremos enseguida, sin parámetros cambiantes.

En efecto, y como segundo paso para probar normalidad estacionaria, el cuadro 3 muestra que las series son estacionarias en diferencias a lo largo de todo el periodo tanto para datos diarios como mensuales. El rechazo a la hipótesis nula de la raíz unitaria para cualquier valor  $p$  es indicativo de que la volatilidad de los rendimientos es muy aplanada y que, contrario a lo que se observa en los mercados del área, las distribuciones empíricas no presentan cambios significativos en la trayectoria temporal de sus parámetros, aun cuando las series acusan problemas de estructura (como ruido blanco o leptocurtosis).<sup>14</sup>

### *1.1. Leptocurtosis y medidas de riesgo*

La ausencia de normalidad estacionaria de las series diarias es particularmente importante para el medio financiero porque todas las mediciones de sus cantidades relevantes se desarrollan generalmente sobre bases diarias. Un estimador apropiado del VaR, por ejemplo, no es más que el valor crítico de una distribución de probabilidad de pérdidas y ganancias potenciales *diarias* de un portafolio (Kupiec, 1995). Por este motivo, el verdadero problema de validación del supuesto de normalidad estacionaria se relaciona con las series diarias y no con otras.

Una incorrecta asunción sobre la normalidad diaria de los factores de riesgo de los activos de una posición conduce inevitablemente a una subestimación del riesgo real con respecto a los valores de una normal teórica (Zangari, 1996). Esta es una conclusión profusamente avalada por diferentes autores como Affleck-Graves y Mc Donald (1989), y Ojah y Karemera (1999), quienes presentan resultados similares para el caso de EUA, Europa y Latinoamérica, y por el cuadro 4, en el que se exhiben los valores extremos para el mercado colombiano considerando varios valores de sigma. De acuerdo con el cuadro, el número de casos extremos para el IGBC es consistentemente más alto varias veces, hacia la izquierda y hacia la derecha de la distribución, que el valor esperado por una normal teórica. Por lo tanto si se quisiera hacer el cálculo tradicional del VaR de una posición basada en el IGBC, considerando por ejemplo tres sigmas, entonces éste subestimaría en casi 10 veces el VaR empírico, lo cual, para efectos de la administración de riesgos, sería una tragedia.<sup>15</sup>

<sup>14</sup> Una conclusión similar (rechazo a la existencia de raíz unitaria) para el caso de las acciones colombianas de mediana y alta bursatilidad que cotizaron entre 2003 y 2006 puede verse en Vergara y Maya (2009)

<sup>15</sup> Vergara y Maya (2009) encuentran que el cálculo del pronóstico del valor en riesgo de las

**Cuadro 3.** Prueba de estacionariedad (2001-2010)

<i>Empresas</i>	<i>Estadístico DF Aumentado</i>		<i>Valor P</i>	
	<i>Diario</i>	<i>Mensual</i>	<i>Diario</i>	<i>Mensual</i>
Acerías	-27.64777	-9.689648	0.0000	0.0000
Banbogotá	-43.30793	-10.17220	0.0000	0.0000
Bancbia	-43.95095	-8.898815	0.0001	0.0000
Cemargos	-43.05459	-8.708664	0.0000	0.0000
Chocolates	-42.27251	-9.276199	0.0000	0.0000
Coltejer	-28.98700	-9.435076	0.0000	0.0000
Corp Fin Cbiana	-46.88667	-7.761586	0.0001	0.0000
Éxito	-43.24374	-9.913722	0.0000	0.0000
Fabricato	-40.31016	-8.216506	0.0000	0.0000
Grupo Aval	-45.37481	-8.789476	0.0001	0.0000
Interbolsa	-34.74144	-6.061092	0.0000	0.0000
Invargos	-43.98554	-9.496301	0.0001	0.0000
Isa	-44.71619	-9.070406	0.0001	0.0000
Mineros	-42.61020	-8.134810	0.0000	0.0000
Pfbancolom	-44.57605	-8.869039	0.0001	0.0000
Suramericana	-40.16125	-9.414006	0.0000	0.0000
Tablemac	-44.49895	-6.880256	0.0001	0.0000
Valorem	-41.61016	-9.104312	0.0000	0.0000
Índice	-40.10192	-8.603424	0.0000	0.0000

*Fuente:* Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

Para ver con más claridad este último aspecto consideremos que la medida del VaR se calcula de acuerdo con el método normal, esto es que:

$$VaR_{\alpha} = Z_{\alpha} \sigma W_0 \quad (3)$$

donde  $Z_{\alpha}$  es el valor crítico basado en una distribución normal con nivel de significación  $\alpha$ ,  $\sigma$  es la desviación estándar o volatilidad incondicional y

---

series estudiadas entre 2003 y 2006 registra un error porcentual promedio menor en métodos que incorporan leptocurtosis (GARCH) que en el método normal (el cual ignora la presencia de leptocurtosis).

**Cuadro 4.** Rendimientos extremos diarios (número de casos)

<i>Empresa / <math>\sigma</math></i>	<-3	<-4	<-5	<-6	>3	>4	>5	>6
Teórico →	2.9603	0.0694	0.0006	0.0000	2.9603	0.0694	0.0006	0.0000
Acerías	13	4	2	1	20	7	3	3
Banbogotá	28	17	11	3	23	14	6	3
Bancbia	20	6	2	1	10	5	4	2
Cemargos	21	11	5	1	22	8	3	2
Chocolates	20	7	5	0	24	13	5	1
Coltejer	13	7	4	2	28	18	3	2
Corp.Fin. Cbiana	29	16	3	1	27	9	5	5
Éxito	24	9	6	1	22	8	3	2
Fabricato	26	5	1	0	28	10	4	0
Grupoaval	23	13	8	2	35	13	5	2
Interbolsa	13	6	4	2	23	9	6	5
Invargos	24	13	6	3	14	5	2	2
ISA	24	11	4	1	18	10	5	3
Mineros	16	5	1	0	43	22	5	2
Pfbancolom	22	11	4	2	21	10	2	2
Suramericana	24	14	5	2	15	5	3	1
Tablemac	7	3	2	1	16	4	0	0
Valorem	22	13	11	3	23	10	6	1
Índice	29	16	9	4	14	7	5	1

Fuente: Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

$W_0$  el monto de la inversión inicial.<sup>16</sup> De acuerdo con (3) el valor en riesgo de una exposición depende críticamente de la volatilidad,  $\sigma$ , porque la otra variable interviniente,  $Z_{\alpha}$ , es regularmente fijada por razones más o menos arbitrarias en atención a medidas regulatorias u operativas. De aquí

<sup>16</sup> Además de este método se utilizan, preferentemente, otros dos para computar el VaR: el de simulación histórica (que simula las trayectorias de los precios de mercado de los activos con base en tendencias históricas) y el de Montecarlo estructurado (que genera las distintas trayectorias de los eventuales factores de riesgo con base en procesos estocásticos definidos). Mientras que el primero supone normalidad en el comportamiento de los rendimientos los dos últimos reservan ese supuesto para los errores distribucionales y los momentos de los procesos estocásticos. De acuerdo con Jorion (2001), el último método es el más robusto de los tres.

que si la volatilidad es constante y lineal con respecto al tiempo entonces es plausible esperar que los rendimientos extremos (de más de dos sigmas) se comporten como variables normales *iid* y que (3) pueda ser medida con la cola izquierda de una distribución normal.

El problema es que, como lo mostramos en el siguiente apartado, las desviaciones estándares móviles para todas las series accionarias (incluyendo al IGBC) revelan una volatilidad variable muy acentuada en todo el periodo que hace que los eventos extremos se presenten con mucha mayor frecuencia que la esperada por una normal teórica. Así que al hacerse más notorias las diferencias entre los valores observados y los esperados la subestimación del VaR con (3) se vuelve progresivamente más grande; en particular, como lo muestra el cuadro 4, cuando los niveles de significancia son mayores a 99 por ciento.

## II. ¿Cómo tratar estadísticamente las series no normales?

Los esfuerzos dirigidos a resolver el problema de la falta de normalidad de las series de rendimientos diarios se caracterizan por ser muy extensos y diversos ya que abarcan desde recomendaciones menores hasta el uso de instrumentos estadísticos muy complejos. Entre los intentos iniciales más exitosos en esta dirección destacan los trabajos de Risk Metrics (1996) que proponen métodos de pronósticos específicos en los que se contemplan abiertamente los cambios temporales en las medias y las varianzas de las series. Uno de esos métodos es el de mezcla de normales, cuyo objetivo es determinar si dos o más normales son capaces de estimar el sesgo y el exceso de curtosis que no son captados por una sola distribución normal.

La mezcla de normales es introducida usualmente como procedimiento alternativo para capturar más eficientemente la falta de simetría y exceso de curtosis en el cálculo del VaR con intervalos de confianza de 95 y 98 por ciento (Zangari, 1996). Su mayor eficiencia reside en el hecho de que ataca el problema de falta de normalidad estacionaria considerando que los sesgos y excesos de curtosis obedecen a variaciones en la media y la varianza de las distribuciones empíricas. En general se supone que los sesgos y excesos de curtosis son debidos a desplazamientos de sus parámetros entre un número finito de valores, ocasionados por cambios en la estructura de capital, eventos exógenos al mercado (desplazamientos de tiempo ordenado) o por la mayor varianza de los rendimientos en algunos días de la semana (desplazamientos cíclicos). La persistencia con que los primeros desplazamientos explican el sesgo y los segundos el exceso de curtosis,

demanda, pues, la utilización de modelos como el de mezclas de distribuciones que incorporen cambios en la media y varianza.<sup>17</sup>

Otros métodos incluyen el uso de distribuciones alternativas a la normal, procesos de Ito y de Levy, modelos de volatilidad estocástica, tiempo-dependientes y por último, pero sin que sean los únicos restantes, los procedimientos basados en la teoría de valores extremos. Cada uno de ellos se concentra en resolver determinados problemas que otros no consideran o resuelven parcialmente. Por ejemplo, para medir el poder descriptivo de la mezcla de distribuciones, las pruebas estadísticas incluyen una comparación con la distribución *t* de Student, porque se considera que ésta captura más valores extremos que una normal pero no la combinación de los desplazamientos cíclicos y estructurales, o de tiempo ordenado, de los parámetros de la distribución (Kim y Kon, 1994). Del mismo modo, se usan, por un lado, diversos procesos de Ito mixtos, como el de difusión con saltos o el de cadenas de Markov de primer orden con caminatas aleatorias para ajustar series de gran volatilidad con picos esporádicos y pronósticos de rendimientos que no asumen normalidad en las series, respectivamente; y, por otro lado, modelos heteroscedásticos y funciones de variación regular para elaborar pronósticos sobre las series leptocúrticas que otros métodos no pueden realizar en presencia de volatilidad grupal y valores extremos. La lista es muy extensa y los resultados no son muy concluyentes ya que la aplicación correcta de cada método depende, en buena medida, del problema financiero concreto que enfrente el investigador.

En nuestro caso, optamos por ensayar algunos modelos de heteroscedasticidad condicional tempo-dependientes porque el propósito del ejercicio se reduce a mostrar la trama de problemas que supone contar con distribuciones leptocúrticas de rendimientos y no la superioridad descriptiva de unos métodos sobre otros. Es decir, buscamos ilustrar cómo la existencia de colas gordas trae aparejados otros problemas propios de las distribuciones empíricas de rendimientos, tales como la asimetría o la volatilidad grupal, y cómo su solución no es sólo de orden estadístico. En este punto los modelos del tipo GARCH aquí desarrollados presentan tres ventajas importantes sobre los restantes: *a*) restablecen las propiedades de ruido blanco de las series estacionarias al atacar directamente su problema de estructura provocada por la leptocurtosis; *b*) permiten modelar flexiblemente los cambios en la media y la varianza atribuidos a la lepto-

---

<sup>17</sup> Con estos modelos el sesgo observado es explicado por desplazamientos en la media y las colas gordas por los desplazamientos en la varianza (Kon, 1984).

curtosis con especificaciones que hacen explícitas la volatilidad grupal, apalancamiento y determinadas variables ligadas con el medio ambiente económico del mercado colombiano; y finalmente *c)* tienen cualidades muy apreciadas en el análisis financiero, todas relacionadas con su capacidad de: *i)* hacer ajustes confiables de series leptocúrticas con modelos parsimoniosos que incluyen pocos parámetros; y *ii)* pronosticar las volatilidades de los rendimientos y sus correlaciones con estimaciones que confieren mayor ponderación a la información reciente.

Para hacer más específico el ejercicio consideramos únicamente al IGBC y a aquellas series accionarias que registran un exceso de curtosis mayor que el promedio de la muestra original (Interbolsa, Tablemac, Acerías Paz del Río, Corporación Financiera Colombiana y Compañía Colombiana de Tejidos). La idea detrás de este criterio es aislar las series leptocúrticas que representan un reto mayor para el análisis, no sólo por las dificultades que supone asociarles una especificación econométrica adecuada sino, además, por los graves problemas ligados con su registro. Sobre este último punto cabe aclarar que la existencia de un gran porcentaje de ceros con respecto al total de cotizaciones de precios en el periodo bajo estudio (40%), obliga a hacer varios ajustes para los diferentes intervalos de tiempo definidos anteriormente con el fin de darle una interpretación significativa a los datos, además de hacer comparables los tamaños de muestra de cada serie.

El procedimiento para llevar a cabo el análisis estadístico comprende las etapas de identificación, especificación y verificación de los modelos de ajuste. Para la primera etapa se construyen los índices de autocorrelación y de razones de varianzas de cada serie con el fin de determinar el orden de sus rezagos. Los resultados de las últimas tres columnas del cuadro 5 revelan que las series no se comportan como una caminata aleatoria y que la ausencia de normalidad en los rendimientos diarios es, en parte, explicada por su alta correlación.<sup>18</sup>

<sup>18</sup> El énfasis puesto en verificar si los rendimientos están correlacionados o conservan un patrón de reciprocidad entre ellos, ha llevado a poner en práctica pruebas basadas en índices de autocorrelación “rescalados” (como la Q de Pierce o de Ljung-Box), de razones de varianzas (como las aquí calculadas) o de *lead-lag*, que son igualmente aplicadas para determinar la existencia de martingalas. La comprobación de que los rendimientos conservan un patrón de correlación específico entre ellos no sólo implica el rechazo a la hipótesis nula de la caminata aleatoria (en particular la RW3) sino también a la de la martingala, pues de esa manera se supone que el mejor pronóstico del precio futuro no es, como lo supone un juego justo, el del precio actual de los activos sino también el de periodos pasados (Campbell *et al.*, 1997). Muy brevemente: una martingala es un proceso estocástico que satisface la condición de juego justo o equivalentemente que:  $E[P_{t+1} - P_t / P_t, P_{t+1}, \dots] = 0$ . Para mayor información consúltese Ross (1996).

**Cuadro 5.** Coeficientes de autocorrelación y razones de varianzas para diferentes rezagos

Empresa	Rezagos				Núm. <i>k</i> de observaciones restadas para formar RV		
	1	2	4	8	2	4	8
Coltejer	0.050	0.059	0.003	-0.014	1.139	1.276	1.012
	0.098	0.037	0.007	0.000	13.745	12.246	10.115
Interbolsa	0.071	-0.080	0.026	-0.029	1.964	1.186	0.924
	0.001	0.000	0.000	0.000	90.708	78.406	65.803
Acerías	0.103	0.025	-0.051	-0.020	0.983	1.287	0.983
	0.001	0.002	0.000	0.000	-5.643	8.320	-9.876
Corp.Fin.Cbiana	-0.103	0.078	-0.005	-0.029	1.437	1.542	1.002
	0.001	0.000	0.001	0.001	78.715	96.653	-5.764
Tablemac	0.050	-0.031	0.026	-0.003	1.540	1.872	1.111
	0.018	0.022	0.101	0.220	90.765	76.427	60.295
Índice	0.111	0.006	-0.021	0.029	1.036	0.942	0.994
	0.000	0.001	0.009	0.000	104.629	34.620	6.276

*Fuente:* Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P. *Nota:* De las columnas 2 a la 5 aparecen los coeficientes de autocorrelación con sus respectivos valores *p*. Las tasas de varianza aparecen en las columnas 6-8. Los estadísticos robusto-heterocedásticos (*Vz*) aparecen debajo de su respectiva tasa de varianza y se distribuyen asintóticamente como una normal estándar.

De acuerdo con el cuadro 5, la volatilidad de los rendimientos no crece linealmente con el tiempo sino, como lo comprueban las razones de varianza (RV), con el horizonte de inversión inmediato. La explicación obedece al rezago de tiempo que toma al mercado homogeneizar los rendimientos y, en particular, al hecho de que los rendimientos están positivamente correlacionados.<sup>19</sup> Este patrón ha sido documentado por Ojah y Karemera (1999) para series mensuales de rendimientos en distintos mercados de Latinoamérica, pero no para series semanales. En este último caso, ellos y otros autores (Grieb y Reyes, 1999; Long *et al.*, 1999) aceptan la hipótesis de la caminata aleatoria, o de que la varianza de los rendimientos crece linealmente con el tiempo en casi todos los mercados emergentes de Asia y Latinoamérica.

El otro aspecto que destaca el cuadro 5 es que los coeficientes de autocorrelación de los rendimientos de los activos son más altos en los prime-

<sup>19</sup> Las razones de varianza son significativas para ocho rezagos. Cuando los rendimientos están correlacionados positivamente, la varianza de la suma de los rendimientos de dos periodos individuales será mayor que la suma de la varianza de los rendimientos de un periodo, con lo que las varianzas crecerán más que linealmente a través del tiempo.

ros periodos que en los posteriores y, por tanto, los índices “rescalados” de dependencia de largo plazo son menos significativos a partir de cierto periodo (véanse columnas 2 a 5). La evidencia es abrumadora pues, con excepción de Coltejer, todos los activos mostraron correlación serial significativa a partir del primer periodo. Este comportamiento ha sido observado también por Maya y Torres (2004) y por Agudelo (2009), quienes aseguran que aun cuando el mercado colombiano se ha vuelto más eficiente a partir de la unificación de la Bolsa, la persistente correlación serial de sus principales acciones —esto es, las de mayor bursatilidad— hace imposible sostener la hipótesis de la caminata aleatoria para los rendimientos y a evidenciar que el mercado es más micro-eficiente que macro-eficiente (es decir, que algunas acciones muestran menos correlación serial que el IGBC). En particular Agudelo (2009) y Griffin *et al.* (2005) encuentran, en concordancia con nuestros resultados, un efecto positivo de los rendimientos rezagados y contemporáneos de hasta un mes en la actividad bursátil de la BVC, lo cual es típico de “mercados poco desarrollados con importantes patrones de psicología de mercado, menor transparencia informativa y restricciones a las ventas en corto” (Agudelo, 2009, p. 110).

Así que si tomamos los resultados del cuadro 5 en su conjunto se puede concluir que las series de rendimientos de la muestra son pronosticables y que un proceso estocástico adecuado para describir adecuadamente la dependencia entre los activos es uno que capture la mayor varianza actual de los rendimientos (o con rezago 1). Y para tal efecto se ajustan, como parte de la segunda etapa, distintas especificaciones del proceso compuesto ARMA ( $p, q$ ) para la media condicional  $r_t$  (ecuación 1) y modelos GARCH (1,1) y EGARCH (1,1) para la varianza condicional  $\sigma_t^2$  en las que se incluyen los parámetros  $\gamma$  y  $\alpha_1$  para estimar apalancamiento y volatilidad grupal, respectivamente (ecuaciones 5 y 6).<sup>20</sup>

$$r_t = \theta_0 + \sum_{i=1}^p \theta_i r_{t-i} + u_t + \sum_{j=1}^q \varphi_j u_{t-j} \quad (4)$$

<sup>20</sup> En la ecuación (3),  $\varphi(i)$  y  $\theta(j)$  son los polinomios de retraso de orden  $p$  y  $q$ , respectivamente y  $\{u_t\}$  es un proceso de ruido blanco. En la ecuación (4),  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  son los parámetros necesarios para modelar la varianza condicional y se debe cumplir que  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\beta_1 \geq 0$  y  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  para que la varianza incondicional de los residuales sea finita.

Los parámetros de la ecuación (6) indican que si  $\alpha_1 > 0$  entonces la volatilidad condicional tenderá a aumentar o decrecer en razón proporcional al valor absoluto del residual estandarizado, con lo que se puede afirmar que cambios significativos en los precios del periodo  $t$  son precedidos por cambios en los precios del periodo  $t - 1$  (volatilidad grupal). Asimismo, un valor negativo de  $\gamma$  indica la existencia del efecto de apalancamiento o alta volatilidad producida por los rendimientos negativos “grandes”.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (5)$$

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha_1 \left[ \frac{|u_{t-1}|}{\sigma_{t-1}^2} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (6)$$

El cuadro 6 exhibe los mejores ajustes obtenidos con estas especificaciones de acuerdo con el criterio de Akaike. En las columnas dos y tres se puede observar que las distintas modelaciones presentan ajustes adecuados con ventanas móviles cortas y rezagos de un día en la varianza condicional, lo cual viene a corroborar los resultados del cuadro 5.

En concreto se puede apreciar que los coeficientes de los modelos (ver columnas 4 a 10) sugieren resultados muy consistentes entre sí; esto es: *a*) que el impacto promedio de los rendimientos anteriores sobre la media (medidos por  $\theta_1$  y  $\theta_2$ ) son mayores en la Corporación Financiera Colombiana (ventana de dos días) que en las demás, debido a que el ajuste de un EGARCH a su serie implica una mayor asimetría en la volatilidad provocada por la existencia de grandes cambios en sus rendimientos. Los diferentes signos en los coeficientes significan que ese impacto no siempre es positivo o en una sola dirección; *b*) que las series GARCH (1,1) tiene un gran factor de persistencia (medido por la condición  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ); es decir que cualquier choque que desplace la varianza condicional de su condición original se desvanecerá suavemente; *c*) que esta persistencia sobre la varianza condicional del periodo anterior es captada también por el modelo EGARCH (1,1) ya que el valor del coeficiente de sus varianzas condicionales rezagadas,  $\beta$ , es significativamente positivo y menor que uno; *d*) que ambos tipos de modelos GARCH (1,1) y EGARCH (1,1) capturan la presencia de volatilidad grupal ( $\alpha_1 > 0$ ) en todas las series; y *e*) que el ajuste del modelo para la Corporación Financiera Colombiana presenta un valor de  $\gamma < 0$ , lo cual quiere decir que un rendimiento negativo tiene un impacto mucho mayor en la volatilidad de su serie que la proveniente de un rendimiento positivo.

Los otros dos aspectos a resaltar del cuadro 6 se refieren a la etapa de verificación de los modelos; esto es a las pruebas sobre los residuales y a la bondad de ajuste de las especificaciones. Sobre el primer aspecto cabe decir, brevemente, que las pruebas sobre las  $Q$  estandarizadas y  $Q$  estandarizadas al cuadrado ( $Q^2$ ) indican que los residuales de las series ajustadas se comportan ahora como ruido blanco o que ya no hay presencia signifi-

**Cuadro 6. Modelos y pruebas de ajuste de series con mayor leptocurtosis**

Empresa	Modelo para para media	Modelo para varianza	Coeficientes							Q	Q <sup>2</sup>	AKAIKE	
			$\varphi_1$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$				
Coltejer	MA (1)	GARCH (1,1)	-0.07592			0.000056	0.205873	0.705409			8.8876	0.7025	-4.49899
			0.0322			0.0000	0.0000	0.0000			0.4480	1.0000	
Interbolsa	ARMA (1,1)	GARCH (1,1)	0.815611	-0.7900		0.000363	0.350547	0.237176			4.5932	0.0356	-4.61579
			0.0000	0.0021		0.0000	0.0000	0.0000			0.8000	1.0000	
Acérias	MA (1)	GARCH (1,1)	-0.00234			0.000501	0.568734	0.190127			13.8560	13.8560	-4.14625
			0.0127			0.0000	0.0000	0.0000			0.1800	0.1800	
Corp. Fin. Cbiana.	AR (2)	EGARCH (1,1)			0.055584	-0.45117	0.026571	0.939116	-0.0272		2.9263	1.1543	-4.56871
					0.0018	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		0.9670	0.9990	
Tablemac	MA (1)	ARCH (1)	0.076926			0.00114	0.126243				5.0675	0.0263	-3.86213
			0.0141			0.0000	0.0000				0.8280	1.0000	
Índice	AR (1)	GARCH (1,1)		0.13326		0.000018	0.083712	0.676969			13.6610	5.7274	-5.95368
				0.0001		0.0000	0.0007	0.0000			0.1350	0.7670	

Fuente: Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

tiva de correlación serial y heterovarianza condicional de los residuales.<sup>21</sup> Y como consecuencia de esto es posible sostener, como segundo aspecto, que las especificaciones seleccionadas reproducen casi fielmente los sesgos y curtosis reales de las series originales, tal como se puede observar en el cuadro 7.

**Cuadro 7.** Valores reales y simulados de sesgo y curtosis

<i>Empresa</i>	<i>Reales</i>		<i>Simulados</i>	
	<i>Sesgo</i>	<i>Curtosis</i>	<i>Sesgo</i>	<i>Curtosis</i>
Coltejer	0.713359	10.30622	0.764777	10.66965
Interbolsa	8.035281	226.2324	8.179173	228.1786
Acerías	1.607174	31.50852	1.647174	30.90885
Corp. Fin. Cbiana	0.14239	15.13871	0.14239	15.13871
Tablemac	-9.334539	269.7475	-9.38417	270.814
Índice	-0.304061	15.10937	-0.119018	14.29892

*Fuente:* Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

## II.1. ¿Es posible confiar en la capacidad predictiva de estos modelos?

### II.1.1. Evaluación estadística de los modelos

Aunque los modelos estadísticos anteriores son de uso común en la literatura financiera así como las conclusiones que se desprenden de sus resultados hay al menos dos motivos para mostrar cierta reserva sobre la práctica heredada de aplicar, en forma irrestricta, modelos tipo GARCH a distribuciones empíricas no normales de rendimientos.

El primer motivo es que los modelos que asumen normalidad en los errores, como los aquí propuestos, pueden mostrar un desempeño más pobre que los modelos GARCH que incorporan familias de distribuciones no normales en los errores. Ramírez (2001), por ejemplo, encuentra que la raíz del error cuadrático medio (root mean square error o RMSE) es mucho mayor para los estimadores de la pendiente y de los parámetros del proceso GARCH-Normal que para los GARCH-no Normales, en particular cuando se utiliza el seno hiperbólico inverso como estimador de la verdadera distri-

<sup>21</sup> Una prueba adicional de que la volatilidad incondicional de los residuales es finita es que los valores de  $\alpha_0$  en el cuadro 6 son significativos y mayores que cero.

bución de los errores. La potencial ineficiencia de los estimadores de los GARCH-Normales para  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  puede traducirse en un número mayor de rechazos no garantizados del modelo GARCH que, a la postre, impediría identificar la correcta estructura de autocorrelación de los errores. Como consecuencia es probable que los errores estándares obtenidos con el GARCH-Normal subestimen los verdaderos errores estándares para la pendiente y los parámetros del proceso y eso invalide cualquier prueba estadística obtenida con base en esos errores. De aquí que sea menester comprobar que los resultados estadísticos representen adecuadamente los verdaderos errores distribucionales; o, dicho más precisamente, que los estimadores de los errores sean estadísticamente eficientes en términos de los verdaderos parámetros distribucionales.

El segundo motivo está relacionado con la pertinencia de las ecuaciones (5) y (6) y en concreto con la forma particular que deben asumir las ecuaciones de la varianza del proceso. Como se sabe la especificación de  $\sigma^2$  es esencial para modelar correctamente una serie de tiempo acusada por leptocurtosis, sesgo y volatilidad grupal y, por lo mismo, hay que tener cuidado en verificar si (5) y (6) se desempeñan igual de bien que otros modelos estadísticos ensayados con éxito en el tratamiento de *anormalidades*. En especial resulta importante llevar a cabo: *a*) una comparación de desempeño de eficiencia, mediante algún criterio de información, entre los procesos GARCH que usan (5) y (6) y otros más específicos para series sesgadas y leptocurticas, como los de volatilidad estocástica (VE); y *b*) un análisis detallado de los agrupamientos de volatilidad que permita obtener una mejor especificación del modelo.

En lo que corresponde al inciso *a*), la literatura recomienda echar mano de los modelos de VE que utilizan procesos no gaussianos como una alternativa deseable de contraste con los modelos GARCH ya sea porque conservan muchas propiedades comunes con éstos (lo cual facilita la comparación) o por su gran ductilidad en tratar distribuciones asimétricas y colas gordas (Barndorff-Nielsen y Shephard, 2001). Entre estos procesos destacan los de OU que son del tipo Levy por su cualidad de generar estimadores eficientes en ausencia de normalidad. La comparación, sin embargo, no debe ser arbitraria sino, como lo señala el inciso *b*), tiene que considerar los periodos de tiempo en los que las volatilidades se concentran para obtener una información más precisa sobre las causas de la leptocurtosis. Y en este punto la aplicación de una transformada de *ondeleta* (wavelets) con su respectivo filtro sería de mucha utilidad en la tarea de especificación de la ecuación de la varianza, sobre todo porque permiti-

ría confirmar los periodos de tiempo específicos donde la distribución de los rendimientos acusa mayor volatilidad (gaussianidad-agregativa). Los estudios empíricos señalan consistentemente que la varianza de la ondeteta es variable para distintos niveles de resolución y, en concreto, tiende a ser mayor para escalas menores de tiempo (Ramsey, 2002).

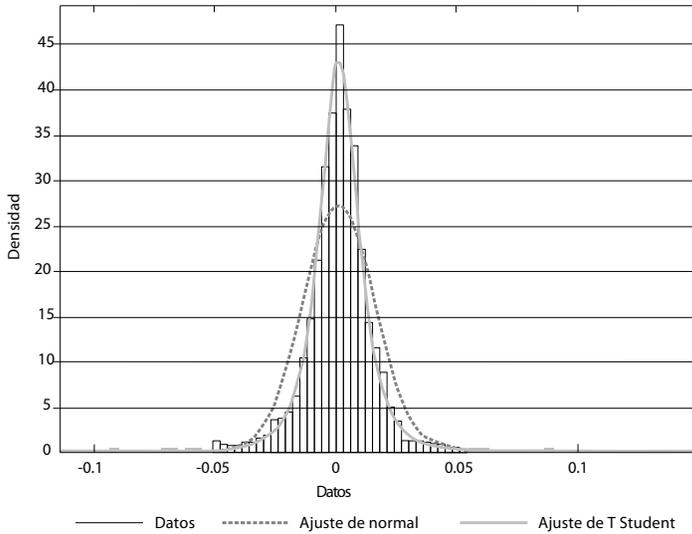
### II.1.2. Evaluación conceptual de los resultados

Una vez terminado el dictamen estadístico toca evaluar conceptualmente los resultados para, de esa manera, decidir si es posible confiar en la capacidad predictiva de los modelos propuestos. Y para eso hay que aclarar antes qué se quiere hacer con las series de rendimientos. Si se busca proyectar correlaciones y volatilidades diarias, y no hay más que transacciones individuales de estas acciones, entonces las variantes del cuadro 6 pueden, con las debidas precauciones ya señaladas en el apartado anterior, ser útiles; pero si se busca estimar el VaR de cada una de ellas o de su portafolio, entonces los resultados ya no serían incuestionables. La razón es que hay otros métodos, por ejemplo, basados en la distribución *t* de Student cuyos parámetros pueden calibrar igual de bien o mejor la *pesadez* de las colas que los modelos anteriores, en particular para periodos cortos. Las gráficas 1 y 2 presentan a modo de guisa cómo esta distribución ajusta sorprendentemente bien la cola izquierda de la densidad y la distribución acumulada empírica del IGBC.

En cualquier caso lo importante es no tratar por separado la corrección de la leptocurtosis y los problemas concretos de la administración de riesgos. La superioridad estadística de un modelo en el tratamiento de las colas gordas es estéril si el administrador no le encuentra contenido conceptual a su desarrollo. De hecho es posible imaginar que ante dos especificaciones diferentes pero igualmente eficientes en su capacidad de descripción, el administrador opte por aquella cuyos parámetros capturen la mayor información relevante para su problema determinado. La utilidad y pertinencia para cada situación particular se las confiere, pues, el experto en el mercado, no sólo los criterios de bondad de ajuste.

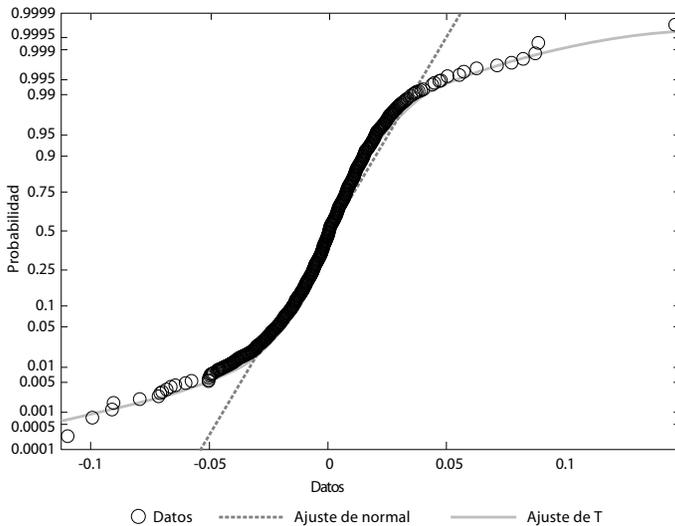
Pero aquí debemos hacer una precisión muy importante: en el proceso de decisión el administrador tiene que elegir el modelo que genere la información de mayor calidad que conduzca a explicar las causas de la leptocurtosis. Y esto significa que nunca puede optar por un modelo estadísticamente inferior o que ignore las variables que están detrás de las *anormalidades*. En el caso, por ejemplo, que decida estimar el VaR del IGBC en cualquier día comprendido entre el 2 de julio de 2010 y el 1 de julio de

**Gráfica 1.** Distribución de densidad para IGBC diario (2001-2010)



Fuente: Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

**Gráfica 2.** Distribución de probabilidad acumulada para IGBC diario (2001-2010)



Fuente: Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

2011 con base en una variante de la ecuación (3) y no con los modelos GARCH arriba seleccionados encontrará que su porcentaje de fallas en el pronóstico del VaR será mayor con el primero (3.5% de los días) que con el segundo (2.63% de los días) dado un nivel de confianza de 95 por ciento. Es decir arrastrará un error porcentual promedio en la estimación del VaR diario de 0.21 por ciento contra 0.18 por ciento que le impedirá tomar decisiones realistas sobre el capital económico requerido por la institución.<sup>22</sup>

Del mismo modo ninguna decisión puede ser completa si ésta no considera un análisis detallado de los factores internos y externos a la actividad financiera que pueden estar determinando las colas gordas de las distribuciones empíricas. La explicación reside en que si la leptocurtosis es de naturaleza endógena —como acontece con los mercados de valores bien establecidos de los países desarrollados—, entonces su tratamiento tiene un sentido más apegado a las correcciones de las desviaciones propias del mercado financiero. Pero si no es así, esto es, cuando hay que hacer frente a situaciones extraordinarias o exógenas a la actividad financiera —como acontece con los mercados delgados de los países subdesarrollados o en épocas de crisis o contagio—, entonces es casi seguro que la presencia de colas gordas revele causas ajenas al mercado financiero o debilidades estructurales de éste, que obscurezcan la utilidad de un análisis meramente estadístico.

Las condiciones propias del mercado colombiano durante el periodo bajo estudio hacen pensar que las colas gordas en sus distribuciones de rendimientos son, también, producidas por causas no necesariamente endógenas a su funcionamiento (Ferrari y González, 2007). En particular, los movimientos característicos de los precios líderes de las economías emergentes —tasas de inflación, tipo de cambio y tasas de interés— son comúnmente citados como fuente de variación importante de los rendimientos de aquellas acciones preferidas por los grandes inversionistas (Abdalla y Murinde, 1997). Para comprobarlo modificamos la ecuación (5) a fin de incluir cada una de esas tasas o *proxies* como regresoras  $Z_t'$  de la siguiente ecuación de varianza:

---

<sup>22</sup> Los cálculos proceden de un ejercicio en el que, primero, se estiman los VaR del IGBC con el método paramétrico normal (\$1674.8) y el GARCH (1,1) (\$1784.2) considerando una desviación estándar móvil de 14.65 por ciento, una posición inicial de \$10 000 y un nivel de confianza de 95 por ciento en una muestra de 228 datos y, segundo, se desarrolla una prueba de *backtesting* para determinar si las predicciones de máxima pérdida posible arrojadas por los modelos son correctas. La prueba utilizada es el cociente de fallas de Kupiec con la que se busca comprobar si el nivel de significancia propuesto por el VaR es consistente con la proporción de fallas que presenta el modelo.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + Z_t' \pi \quad (7)$$

Los valores desplegados en el cuadro 8 señalan, en efecto, que la tasa de inflación (Inflación), tipo de cambio o tasa representativa del mercado (TRM) y tasa de interés de los bonos del gobierno de Colombia (TES) influyen, de algún modo, sobre la varianza de los rendimientos de las acciones y del IGBC.<sup>23</sup> En particular la TRM es la única variable de las tres que afecta al IGBC y a cada una de las acciones de forma significativa pero, como en los demás casos, diferenciadamente; esto es: con excepción de Interbolsa, las variaciones de los rendimientos de las acciones y del índice se movieron en la misma dirección que las variaciones del tipo de cambio. El mismo comportamiento de la varianza de los rendimientos de Interbolsa se observa en las columnas de Inflación y TES. De acuerdo con los valores de esas columnas, la varianza de los rendimientos de esta acción varía en sentido inverso a la del resto de las acciones cuyos estadísticos de prueba resultan significativos; es decir mientras que, por ejemplo, los incrementos (decrementos) en la tasa de inflación aumentan (disminuyen) la varianza de los rendimientos de Interbolsa, en las restantes acciones (con excepción de Corporación Financiera Colombiana) la dirección de la influencia es inversamente proporcional. La magnitud del efecto de cada variable sobre la varianza de los rendimientos de las acciones alcanza su mayor valor en la relación establecida entre TRM y la varianza de Interbolsa con un coeficiente de 4.18 por ciento.

En términos agregados los resultados concuerdan con otros estudios más especializados, por ejemplo con el de Ferrari y González (2007), en la forma en que se interrelacionan las variables macroeconómicas con la varianza de los rendimientos. En el caso concreto de la TRM y la Inflación, los signos indican que entre mayor sea la revaluación (devaluación) y menor (mayor) sea la tasa de crecimiento interno de los precios, mayor (menor) es la varianza de los rendimientos; lo cual tiene mucho sentido, pues los periodos de mayor (menor) crecimiento en los precios de las acciones de la BVC coinciden con los de mayor (menor) revaluación *real* (o ajustadas por inflación) en Colombia. La explicación ofrecida por Ferrari y González (2007) es que en mercados poco diversificados como el colombiano los mercados de divisas y de acciones tienden a competir entre sí, sobre todo en

<sup>23</sup> Los datos son tomados de Bloomberg y corresponden a la variación anual en el Índice de Precios al Consumidor (Inflación), al nivel diario de la tasa de cambio oficial en el mercado spot de divisas colombiano (TRM) y a la tasa de los bonos de gobierno de Colombia (tasa de interés libre de riesgo) para un periodo de 360 días (TES).

épocas de expectativas cambiarias y de tasas de inflación internas estables como las ocurridas entre 2001 y 2006.

Con expectativas de revaluación *real*, como las que prevalecieron en buena parte del periodo de unificación, los inversionistas empezaron a liquidar posiciones en dólares y a privilegiar la compra de acciones, todo lo cual tendió a elevar sus precios más allá de lo explicado por los factores fundamentales (dividendos y tasas de interés). De igual modo, la desaparición de esta burbuja en el periodo de consolidación se puede explicar por la extinción de las causas que provocaron las expectativas revaloratorias del periodo anterior; es decir por: la caída en los excedentes de dólares debido a la baja en los precios de los productos de exportación colombianos; el ajuste radical a las tasas de interés de Estados Unidos cuya baja había propiciado la emigración de capitales a los mercados emergentes; y, finalmente, la sustitución de la anterior política pública por una más orientada a atajar la revaluación. Así que los resultados del cuadro 8 se explican, en resumidas cuentas, por hechos concretos que expresan: una relación positiva entre TRM y la varianza de los rendimientos (porque una mayor reevaluación produce incrementos en los precios de las acciones más allá de la volatilidad regular); una relación negativa entre Inflación y varianza de los rendimientos, (porque un menor crecimiento de los precios crea las condiciones de una revaluación real, manteniendo constantes las demás cosas y suponiendo la ley de un precio único); y, finalmente, una relación positiva entre TES y la varianza de los rendimientos (porque una baja en las tasas de los bonos crea presiones sobre otros títulos en mercados emergentes, como el colombiano).

**Cuadro 8.** Efectos de las variables macroeconómicas sobre la varianza de los rendimientos de las acciones colombianas (2001-2010)

Empresa	TES		TRM		INFLACIÓN		AKAIKE
	Coef.	Valor P	Coef.	Valor P	Coef.	Valor P	
Interbolsa	-0.003886	0.000000	-0.041810	0.000000	0.005201	0.000000	-4.539294
Tablemac	0.003845	0.000000	0.016776	0.000000	-0.006698	0.000000	-3.876274
Acerías	0.001550	0.000000	0.011334	0.005000	-0.006682	0.000000	-4.168283
Coltejer	0.002372	0.000000	0.012462	0.000000	-0.000874	0.000000	-4.416456
Corp.Fin. Cbiana	0.001722	0.138300	0.013679	0.000000	-0.000151	0.865000	-4.996323
Índice	0.000333	0.763800	0.011282	0.028700	-0.001440	0.009390	-5.465738

Fuente: Elaboración propia con datos de ©Bloomberg L.P.

De esta manera es posible sostener que la leptocurtosis de las series de rendimientos de la BVC es un problema explicado no sólo por factores internos sino, también, por factores externos a su funcionamiento, por lo que su tratamiento exige no sólo un análisis estadístico adecuado sino la inclusión cuidadosa de todos los elementos posibles para cada grupo de acciones. La consideración de ambos tipos de factores no debe ser indiscriminada, pues hay elementos idiosincrásicos que hacen que los rendimientos de algunas acciones sean más refractarios a determinados cambios que los de otras. Por ejemplo, los modelos de varianza de Corporación Financiera Colombiana y del IGBC arrojan un peor ajuste, según el criterio de Akaike, después de la inclusión de las tres variables macroeconómicas debido, posiblemente, a las condiciones particulares experimentadas por ambos instrumentos a lo largo del periodo.

La mayor capacidad predictiva de un modelo que ataca la leptocurtosis en mercados como el colombiano depende, pues, del diseño y tratamiento de la información (elección del periodo de estudio, agrupamiento de acciones por índice de bursatilidad y pruebas de normalidad estacionaria), de la especificación estadística del modelo que incluya las *anormalidades* detectadas para cada grupo de acciones, sean estas producidas por factores internos o externos a la actividad financiera; del análisis por separado de las características de las empresas cuyas acciones muestran comportamientos diferenciados; y de la evaluación conceptual de los resultados estadísticos finales por parte del administrador. La eliminación de alguna de estas etapas en aras de privilegiar un método estadístico absoluto es un serio error que deja de lado un hecho cotidiano comprobado por la práctica financiera: que no todas las colas gordas de las distribuciones empíricas son iguales ni todas tienen las mismas causas; son reflejo de la actividad bursátil particular de cada mercado y, por tanto, son imposibles de tratar por métodos estadísticos universales.

### **III. A manera de conclusión: Los riesgos de no ser *normal* en finanzas**

El documento sostiene que la evaluación del supuesto de normalidad estacionaria es esencial para el análisis financiero. El reconocimiento a la recurrente violación de ese supuesto ha dado lugar a un buen número de técnicas orientadas a la detección y tratamiento de series de datos afectados por leptocurtosis y otras *anormalidades* asociadas de las distribuciones empíricas

Los resultados basados en las principales acciones y el IGBC confirman que los rendimientos de distinta periodicidad en Colombia no son normales y que los análisis, por ejemplo, de VaR o de pronósticos de rendimientos pueden ser mejorados substancialmente con la ayuda de algunos métodos alternativos. La aplicación de algunas de las especificaciones más citadas en la literatura revela que los modelos más descriptivos de las series de rendimientos no normales son, de acuerdo con el criterio de Akaike, distintas combinaciones de modelos ARMA, GARCH (1,1) y EGARCH (1,1). La adopción de cualquiera de las especificaciones es hasta cierto punto arbitraria, ya que aun cuando el EGARCH (1,1) registra la más alta probabilidad de explicar las series no normales del IGBC, la *t* de Student puede, también, cubrir eficientemente los eventos extremos que no captura una normal. Un análisis posterior en el que se incluyen algunas variables macroeconómicas revela que, además de los factores endógenos, hay factores idiosincrásicos y externos a la actividad financiera de la BVC que afectan la varianza de los rendimientos de las acciones más leptocúrticas, complicando aún más la elección del modelo sobre simples bases estadísticas.

Es debido a la multiplicidad de factores que rodean la explicación de la leptocurtosis que la selección de determinado modelo requiere de la participación experta del administrador de riesgos, sobre todo, para entender el significado estadístico de una serie pronosticable o el tratamiento de una distribución leptocúrtica mediante un método alternativo de cálculo del VaR. Su conocimiento sobre el grado de aversión al riesgo del inversionista o sobre los costos de transacción incluidos en la estrategia de una inversión *estadísticamente exitosa*, son imprescindibles para justificar el empleo adecuado de cualquier método estadístico en las políticas de administración de riesgos de una institución.

El llamado de atención es particularmente importante hoy en día, porque la crisis iniciada en 2007 ha puesto en evidencia claras fallas en los esquemas de control y la administración de riesgos que ha dado como resultado, además de quiebras y esquemas financieros fraudulentos, la destrucción de las bases *normales* sobre las que operaban tradicionalmente las técnicas de valuación y de medición del riesgo. Las prácticas escalables de “empaquetamiento” de bonos estructurados (CDO) o el conflicto de intereses desatado por el doble papel de las agencias calificadoras (como evaluadora y asesora de las emisoras), son factores que, hasta todavía hace poco, explicaban la creciente opacidad en la estimación del riesgo de las principales instituciones financieras del mundo. Si a esto agregamos la aparición de la Paradoja de Persaud en la mayoría de los mercados, enton-

ces queda claro que la función del administrador de riesgos se vuelve crucial para armar estrategias de medición de riesgos o de valuación que hagan frente a los previsible efectos en cascada del contagio.<sup>24</sup>

Por todo esto, es evidente que el abandono del mundo normal entraña riesgos gigantescos. No sólo se pierde la certeza estadística que regularmente se le atribuye a los pronósticos de rendimientos o a las estimaciones del riesgo de mercado, sino que ahora sus cálculos parecen estar reñidos con la intuición económica. La consecuente sofisticación de los modelos de valuación, pronóstico y medición de riesgos se ha convertido, con el tiempo y la globalización, en un mal endémico en época de crisis. La reciente experiencia de las quiebras de los fondos de inversión (dirigidas, incluso, por economistas que han recibido el premio Nobel) o de las agencias hipotecarias y calificadoras norteamericanas es, en buena medida, fruto de la subestimación del riesgo y de la liberalidad con que se conducen estas entidades en su afán de especular, incluso, con activos tóxicos.

No basta, pues, con hacer construcciones matemáticas y estadísticas monumentales para corregir los problemas de normalidad estacionaria que aquejan a las distribuciones empíricas, si el fondo del problema no es ni matemático ni estadístico. Los avances registrados en varios campos de los procesos estocásticos han dado buena cuenta de muchos de los problemas asociados con las colas gordas o la asimetría, pero nunca serán suficientes si antes no se regula estrictamente la acción de las entidades calificadoras y emisoras de deuda. De aquí que la función actual del administrador de riesgos no sea más la de un buscador del mejor método estadístico que resuelva todas las *anormalidades* de los mercados sino de un mediador entre los expertos técnicos y los analistas que le permitan diseñar el mejor método para su mercado particular. En este proceso está obligado a conocer los riesgos que entraña incluir en dicho método cualquier variable, endógena o exógena al mercado, que está detrás de las leptocurtosis y las otras anormalidades; esto es: está obligado a desconfiar razonablemente de los métodos *normales* para fundar su decisión.

---

<sup>24</sup> De acuerdo con esta paradoja, los sofisticados modelos financieros han contribuido al aumento del riesgo porque consideran criterios similares para balancear los portafolios (una especie de riesgo modelo). Esto provoca, por mecanismos de oferta y demanda, que las carteras que regularmente han tenido un comportamiento histórico de alto rendimiento, baja volatilidad y reducida correlación, se conviertan en carteras con rendimientos negativos, alta volatilidad y elevada correlación.

## Referencias bibliográficas

- Abdalla, I. y V. Murinde (1997), "Exchange Rate and Stock Price Interactions in Emerging Financial Markets: Evidence on India, Korea, Pakistan, and Philippines", *Applied Financial Economics*, 7 (1), pp. 25-35.
- Affleck-Graves, J. y B. McDonald (1989), "Non-normalities and Test of Asset Pricing Theories", *The Journal of Finance*, 44 (4), pp. 889-908.
- Agudelo, D. (2009), "Actividad bursátil en los mercados accionarios colombianos: Determinantes y Evolución 1997-2007", *Ad-Minister*, 15, pp. 89-112.
- Agudelo, D. y J. Uribe (2009), "¿Realidad o sofisma? Poniendo a prueba el análisis técnico en las acciones colombianas", *Cuadernos de Administración*, 22 (38), pp. 189-217.
- Alonso, J. y M. Arcos (2006), "Cuatro hechos estilizados de las series de rendimientos: Una ilustración para Colombia", *Estudios Gerenciales*, 22 (100), pp. 103-123.
- Bai, J. y S. Ng (2005), "Test for Skewness, Kurtosis and Normality for Time Series Data", *Journal of Business and Economic Statistics*, 23 (1), pp. 49-60.
- Barndorff-Nielsen, O. y N. Shephard (2001), "Non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck-Based Models and Some of Their Uses in Finance", *Journal of the Royal Statistical Society*, pp. 167-241.
- Blattberg, R. C. y N. J. Gonedes (1974), "A Comparison of Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices", *Journal of Business*, 47 (2), pp. 244-280.
- Case, J. (1998), "Modeling and Analysis of Financial Time Series", *The American Mathematical Monthly*, 105 (5), pp. 401-411.
- Campbell, J., A. W. Lo y A. Mackinlay (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton, Princeton University Press.
- Doornik, Jurgen A. y Henrik Hansen (2008), "An Omnibus Test for Univariate and Multivariate Normality", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 70, Supplement 1, pp. 927-939.
- Fama, E. (1965), "The Behavior of Stock Market Prices", *Journal of Business*, 38 (1), pp. 34-105.
- Ferrari, C. y A. González (2007), "Fundamentales empresariales y económicos en la valoración de acciones: El caso de la bolsa colombiana", *Cuadernos de Administración*, 20 (33), pp. 11-48.
- Grieb, T. y M. Reyes (1999), "Random Walks Test for Latin American Equity Indexes and Individual Firms", *Journal of Finance Research*, 22 (4), pp. 371-383.

- Griffin, J., F. Nardari y R. Stulz (2005), "Do Investors Trade More When Stocks Have Performed Well? Evidence from 46 Countries", Working Paper of Universities of Texas at Austin, Arizona State y Ohio State.
- Groenewold, N. y P. Fraser (2001), "Test of Asset-pricing Models: How Important is the IID Normal Assumption?", *Journal of Empirical Finance*, 8 (4), pp. 427-449.
- Hull, J. y A. White (1998), "Value at Risk when Daily Changes in Market Variables are Not Normally Distributed", *Journal of Derivatives*, 5 (3), pp. 9-19.
- Jorion, P., (2001), *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, Nueva York, McGraw Hill.
- Kim, S. y S. J. Kon (1994), "Alternative Models for the Conditional Heteroskedasticity of Stock Returns", *Journal of Business*, 67 (1), pp. 63-98.
- Knight, F. (1921), *Risk, Uncertainty and Profit*, Nueva York, Sentry Press.
- Kon, S., (1984), "Models of Stock Returns: A Comparison", *Journal of Finance*, 39 (1), pp. 147-165.
- Kupiec, P., (1995), "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurements Models", *The Journal of Derivatives*, 3 (2), pp. 73-84.
- Kwiatkowska, T. y W. Szatczneider (2008), "Uncertainty: On the Difference between Imaginary Tale and Real Significance", *Revista de Filosofía de las Ciencias de la Vida*, XVI (30), pp. 49-61.
- Liu, T. (1993), "Using the Correlation Exponent to Decide Whether an Economic Series is Chaotic", en M. Pesaran y S. Potter (eds.), *Nonlinear Dynamics Chaos and Econometrics*, Nueva York, John Wiley and Sons, pp. 17-31.
- Long, M., J. Payne y F. Jang (1999), "Information Transmission in the Shanghai Equity Market", *The Journal of Finance Research*, 22 (1), pp. 29-45.
- Mandelbrot, B. (1963), "The Variations of Certain Speculative Prices", *Journal of Business*, 36 (4), pp. 394-419.
- Maya, C. y G. Torres (2004), "Las caminatas aleatorias no son de este mundo: Teoría y revisión bibliográfica sobre evidencia empírica", *Revista Universidad Eafit*, 41 (138), pp. 65-83.
- Neftci, S. (1996), *An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives*, Londres, Academic Press, pp. 155-161.
- Ojah, K. y D. Karemera (1999), "Random Walks and Market Efficiency Tests of Latin American Equity Markets: A Revisit", *The Financial Review*, 34 (2), pp. 57-72.
- Ramírez, J. (2004), "Usos y limitaciones de los procesos estocásticos en el

- tratamiento de distribuciones de rendimientos con colas gordas”, *Revista de Análisis Económico*, 19 (1), pp. 51-76.
- Ramírez, O. (2001), “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity under Error-term Non-normality”, ponencia presentada en la Annual Meeting of the American Agricultural Economics Association, Chicago, 5-8 de agosto.
- Ramsey, J. (2002), “Wavelets in Economics and Finance: Past and Future” *Economic Research Reports*, Nueva York, C.V. Starr Center for Applied Economics.
- Richardson, M. y T. Smith (1993), “A Test for Multivariate Normality in Stock Returns”, *The Journal of Business*, 66 (2), pp. 295-321.
- Risk Metrics Fourth Edition (1996), Morgan Guaranty Trust Company, Global Research.
- Ross, S. (1996), *Stochastic Processes*, Nueva York, John Wiley and Sons.
- Rydberg, T. (2000), “Realistic Statistical Modelling of Financial Data”, *International Statistical Review*, 68 (3), pp. 233-258.
- Taleb, N. (2010), *The Black Swan*, Nueva York, Random House.
- Urzúa, C.M. (1996), “On the Correct use of Omnibus Tests for Normality”, *Economics Letters*, Elsevier, 53 (3), pp. 247-251.
- Vergara, M. y C. Maya (2009), “Montecarlo estructurado: Estimación del valor en riesgo en un portafolio accionario en Colombia”, *Ad-Minister* 15, pp. 68-88.
- Zangari, P. (1996), *Test of Conditional Normality*, Nueva York, RiskMetrics-Technical Document, J. P. Morgan-Reuters.